



## **A Representação Gráfica Digital da Função Exponencial no *Geogebra* a partir de dados do IBGE: ressignificando o processo de ensino e aprendizagens da Matemática na Educação Básica**

The Digital Graphical Representation of the Exponential Function in *Geogebra* using IBGE data: Re-signifying the teaching and learning process of Mathematics in Basic Education

ROMÁRIO FREIRE SANTOS<sup>1</sup>

FLAVIANA PAULA MEDEIROS E OLIVEIRA (ORIENTADORA)<sup>2</sup>

### **RESUMO**

*Este trabalho apresenta o diagnóstico de um estudo da representação gráfica digital da Função Exponencial através do Geogebra, com a utilização das tecnologias digitais, em um ambiente de reflexão e inovação, de modo a possibilitar aos alunos o desenvolvimento cognitivo e o pensamento abstrato e científico. Para isso, embasou-se nas teorias da Didática da Matemática, principalmente, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a Modelagem Matemática e o Ensino Reflexivo. A abordagem metodológica foi de intervenção, com análise qualitativa, a partir de uma sequência didática desenvolvida para 10 alunos do Ensino Médio da rede estadual da Bahia, com introdução realizada pelo estudo matemático de censos do IBGE. As atividades didáticas envolveram a conversão da representação algébrica para a representação geométrica digital, com ênfase no protagonismo do aprendiz e na autoria. A pesquisa foi sustentada pela relação entre teoria e prática, com ensino e aprendizagens sobre Função Exponencial, especificamente a sua representação gráfica digital, e confirmou a importância de se refletir continuamente a respeito da prática docente, especialmente com a possibilidade de exploração didática dos recursos e avanços tecnológicos. Confirmou também a importância e a necessidade do comprometimento dos aprendizes, e a relevância da agregação das Ciências para o desenvolvimento cognitivo e construção do conhecimento.*

**Palavras-chave:** Função Exponencial; Representações Semióticas; Tecnologias Digitais.

### **ABSTRACT**

*This paper presents the diagnosis of a study of the digital graphic representation of the exponential function through Geogebra, with the use of digital technologies, in an environment of reflection and innovation, to enable students to develop their cognitive skills and abstract and scientific thinking. To this end, we based on theories of mathematical didactics, mainly the Theory of Register of Semiotic Representation, mathematical modeling, and reflective teaching. The methodological approach was intervention-based, with qualitative analysis, based on a didactic sequence developed for 10 high school students, with an introduction carried out through the mathematical study of IBGE census data. The didactic activities involved the conversion of the algebraic representation to the digital geometric representation, focusing on the learner's protagonism and authorship. Our research was supported by the relationship between theory and practice, with teaching and learning about the exponential function, specifically its digital graphic representation, and confirmed the importance of continually*

<sup>1</sup> SEC - Bahia – [romario.santos139@nova.educacao.ba.gov.br](mailto:romario.santos139@nova.educacao.ba.gov.br)

<sup>2</sup> IFBA – [flaviana.oliveira@ifba.edu.br](mailto:flaviana.oliveira@ifba.edu.br)

*reflecting on teaching practice, especially with the possibility of didactic exploration of technological resources and advances. We also confirmed the importance and need for learners' commitment and the relevance of the aggregation of sciences for cognitive development and knowledge construction.*

**Key-words:** *Exponential Function; Semiotic Representation; Digital Technologies.*

## INTRODUÇÃO

Frequentemente, o ensino da Matemática ocorre a partir de métodos centrados na imagem do professor como detentor do conhecimento. Dessa forma, embora estejamos na era da tecnologia digital e com ferramentas que possibilitam a interatividade, a construção do conhecimento não ocorre de maneira participativa, colaborativa, ou seja, com valorização da autoria, em que o aluno é sujeito fundamental no processo de construção e reconstrução.

A Didática da Matemática investiga e discute o processo de ensino e aprendizagens, com o objetivo de possibilitar mudanças na prática educacional. Assim, é fundamental o processo contínuo de investigação da prática de ensino, de maneira a aliar o ensino às bases da Didática, considerando as particularidades do ambiente de trabalho.

Diante de uma realidade em que os avanços tecnológicos impactam o modo de aprender e a maneira como os alunos se comunicam e acessam informações, participar da aula pode ser algo desinteressante para aqueles alunos que não são atraídos pela prática de ensino, e, assim, a educação pode não se concretizar como formadora do sujeito crítico e questionador (ARAÚJO, 2024). Além disso, a apresentação dos conteúdos matemáticos, sem provocar e instigar a participação dos alunos no procedimento de construção, contribui para disseminação do estereótipo de que a Matemática é um conjunto de ‘fórmulas’, o que favorece a construção do conhecimento mecânico.

Dessa maneira, refletir acerca do ensino sobre Funções Exponenciais é uma possibilidade de contribuir para a introdução à Álgebra na Educação Básica, de construir sequências didáticas que oportunizem a conversão do Sistema de *Representação* dessa Função, viabilizando o uso de recursos digitais para a *Representação Gráfica* e, assim, ampliar o processo de construção e formação. Também, a escola torna-se mediadora do acesso e aprendizagem acerca dos avanços tecnológicos, cooperando para a formação pessoal e profissional.

Tradicionalmente, o ensino de Função Exponencial ocorre de maneira mecânica. Ou seja, com a apresentação dos conceitos dos objetos e, posteriormente, o processo de substituição de alguns elementos pertencentes ao domínio da referida Função, elementos do conjunto dos números inteiros, para realização da *Representação Gráfica*. Dessa maneira, a metodologia de ensino não explora o processo de conversão do Sistema de *Representação Semiótica* como fator essencial da sequência didática para construção do conhecimento.

No sentido de ressignificar essa prática, o ensino com a utilização do software *Geogebra*<sup>3</sup> permite realizar a conversão da *Representação Algébrica* da Função Exponencial para a *Representação Gráfica Digital*, de maneira iterativa. Assim, possibilita analisar, simultaneamente, a variação dos valores dos coeficientes da formação algébrica da função e a sequência de gráficos correspondentes, o que pode viabilizar a apreensão dos conceitos e instigar a investigação.

Desse cenário, procura-se responder a seguinte questão: Como o *Geogebra* pode favorecer as aprendizagens sobre a *Representação Gráfica* da Função Exponencial: reflexão e prática de sala de aula?

Como enfatizam Pimenta e Lima (2012), é necessário que o ambiente do trabalho docente seja campo de pesquisa, investigação, o que possibilita a reflexão e reconstrução do processo de ensino e aprendizagem. Segundo as autoras, o processo de reflexão viabiliza a mudança nos procedimentos metodológicos, a reconstrução de sequências didáticas e, conseqüentemente, a melhoria do ensino.

Após reflexão a uma realidade, o sujeito estabelece objetivos, idealiza um ambiente a ser construído, e, assim, necessita de ação para promover mudança (PIMENTA, 2012). Desse modo, reflexão e ação, que se configuram como teoria e prática, são elementos indissociáveis, necessários durante todo o processo de transformação da realidade.

Desse modo, O Ensino Reflexivo estabelece a relação ensino e pesquisa, ou seja, “(...) o ensino é tomado como ponto de partida e de chegada da pesquisa” (PIMENTA, 2002, p.22), permitindo pesquisar e transformar o campo de trabalho. Desse modo, é relevante a investigação a respeito do ensino de Funções Exponenciais na Educação Básica, de maneira a

---

<sup>3</sup> O *GeoGebra* é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. (Instituto GeoGebra - UESB, 2014).

pesquisar sobre a sua *Representação Gráfica Digital* como elemento da metodologia de ensino e componente da sequência didática.

Nessa perspectiva, é viável a realização deste trabalho, com investigação sobre o ensino e propostas de novas práticas pedagógicas, visto que, a reflexão e a ação são inseparáveis e fundamentais para transformação da realidade. Dessa maneira, essa pesquisa justifica-se como ferramenta de produção de conhecimento e transformação do ensino de matemática, por meio das tecnologias digitais.

A pesquisa tem como objetivo investigar as contribuições da utilização do *Geogebra* para *Representação Gráfica Digital* no ensino de Função Exponencial. Busca-se constituir um ambiente de inovação, pautado na reflexão a respeito da utilização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) como ferramentas de ensino e aprendizagens da Matemática, em particular o software *Geogebra*.

Por meio deste trabalho pretende-se realçar os anseios dos professores com relação a utilização das TDICs no processo de ensino e aprendizagem, enfatizando assim a necessidade da reflexão no trabalho docente, provocando a relação bidirecional entre teoria e prática, explorando a semiótica de construção do conhecimento com os diferentes tipos de representações.

Em completude, o presente artigo está estruturado da seguinte forma: a partir de uma introdução, que foi apresentada nas linhas anteriores. O primeiro capítulo, intitulado referencial teórico, cujo objetivo é apresentar a fundamentação teórica que explica a essência do trabalho a partir de uma concepção de aprendizagens e de reflexão da prática de sala de aula, além do embasamento sobre a *Representação Gráfica Digital* da Função Exponencial. Para tanto, busca-se fundamentos nas ideias propostas por Pimenta (2012), Domingos Fernandes (2005), Alves e Oliveira (2016), Duval (2013) e Elon Lages Lima (2013).

Posteriormente, o capítulo de percurso metodológico, de maneira a descrever a metodologia adotada para realização da referente pesquisa, com descrição do ambiente de pesquisa e sujeitos envolvidos, além dos procedimentos e instrumentos utilizados. Na sequência, o terceiro capítulo, intitulado apresentação e discussão dos resultados, com exposição e análise dos dados oriundos da investigação, além da sequência didática que se

adotou. Por fim, as conclusões, com repostas e conclusões referentes à indagação da pesquisa, de modo a retomar à ideia principal do artigo.

A seguir, será apresentada a fundamentação teórica explorada para construção e discussão da presente pesquisa.

## **1 REFERENCIAL TEÓRICO**

Nesta seção, serão apresentados os principais fundamentos teóricos que englobam a organização deste trabalho. De início, a concepção das aprendizagens, depois do ensino de Matemática a partir da reflexão (conteúdo e prática) e, por fim, uma seção que vai discutir teoricamente o ensino e aprendizagens da *Representação Gráfica* da Função Exponencial por meio do *Geogebra*.

### **1.1 CONCEPÇÃO DE APRENDIZAGENS**

A prática de sala de aula pode ser instrumentalizada por teorias, estudos e experiências que fornecem amparo para desenvolvimento do trabalho docente, de maneira a propiciar a construção e a reconstrução. Nesse sentido, o ambiente escolar é meio de produção e transformação das práticas docentes, com vistas a investigar novos métodos, novos caminhos, usufruir de ferramentas diversas e, assim, instigar a produção de conhecimento.

Nesse sentido, Domingos Fernandes (2005) ressalta que a escola precisa permitir ao aluno o desenvolvimento cognitivo do pensamento, com situações que envolvam diferentes contextos, aplicações e *Representações Semióticas*. Assim, a construção do conhecimento será de maneira interativa, com desenvolvimento dos processos mais complexos do pensamento e, conseqüentemente, possibilitará a autoria e autonomia na assimilação e investigação em áreas e situações diversas.

Como enfatiza Pimenta (2012), a prática docente não pode ser tomada como um conjunto de regras e conhecimentos sistematizados aplicáveis a qualquer contexto. As orientações do papel docente precisam ser consideradas a partir da análise e da reflexão sobre o ambiente escolar, das aprendizagens e dos obstáculos envolvidos, em busca do

desenvolvimento da pedagogia de ensino e de diferentes possibilidades de construção do conhecimento.

A participação dos alunos no processo de ensino e aprendizagens precisa ocorrer de maneira integrada, com instigação de diferentes possibilidades de *Representações Semióticas*, permitindo a apreensão e compreensão dos conhecimentos e agregação das ciências.

Assim, Duval (2013) complementa que as *Representações Semióticas* são fundamentais no desenvolvimento de *Representações Mentais*, na efetivação de diversas funções cognitivas e também na construção do conhecimento. Dessa maneira, contribuem para as diferentes aprendizagens, com compreensão, isto é, “[...] que desenvolvam aprendizagens profundas e susceptíveis de serem facilmente transferidas para outros contextos” (FERNANDES, 2005, p.4).

Embora estejamos na era da tecnologia digital, com recursos que podem auxiliar no desenvolvimento da autoria, muitas vezes a prática de ensino é centrada na figura do professor, sem considerar o aluno como protagonista. Em contrapartida a isso, Fernandes (2005) relata que o ato de ensinar não se encontra de maneira linear, ou seja, ocorre em diferentes direções e ritmos, que nem sempre obedecem a padrões regulares, o que justifica a necessidade de considerar a prática de ensino como instrumentalizadora da práxis docente.

Dessa maneira, pode-se enfatizar sobre a importância da investigação no trabalho docente, uma vez que o processo de reflexão poderá provocar mudanças nas práticas de ensino, principalmente nas práticas que sejam amparadas exclusivamente em ações rotineiras, que objetivam a produção e reprodução de conceitos isolados, sem relação entre si. Fernandes (2005, p. 7) enfatiza que “é preciso que os alunos tenham oportunidades diversificadas para lidar com situações mais complexas, que suscitem a integração, a relação e a mobilização de conhecimentos”.

## 1.2 ENSINO E APRENDIZAGENS A PARTIR DA REFLEXÃO EM SALA DE AULA

São necessárias ações ao nível dos sistemas, das escolas e das salas de aula, para que seja possível provocar transformações e melhorias nos “sistemas educativos que persistem em responder inadequadamente aos desafios da contemporaneidade” (FERNANDES, 2005, p. 7).

Nesse sentido, todo o processo educacional necessita estar bem articulado e relacionado, o que envolve investigação, formação e prática em sala de aula. A reflexão possibilita sistematizar, continuamente, práticas, saberes e estratégias, contribuindo para construção de sequências didáticas pertinentes aos sujeitos e aos contextos envolvidos.

A reflexão da prática de ensino corrobora com a produção e realização de práticas educativas inovadoras, que exploram e integram diferentes áreas do conhecimento e os variados recursos tecnológicos. Assim, a prática reflexiva é profícua na construção do conhecimento e contribui para atrair os discentes ao processo de ensino e aprendizagens, favorecendo a autoria e a investigação.

No ensino e aprendizagens da Matemática esse fator é fundamental, uma vez que o processo de inovação da prática educativa contribui ao aperfeiçoamento do trabalho pedagógico. A mediação da construção do conhecimento considera e explora situações que estimulam e permitem ao aluno indagar, construir estratégias, refletir a respeito de soluções e erros.

Segundo Leite (2011, p. 48), “os saberes adquiridos pelo professor na experiência do trabalho cotidiano constituem o alicerce da prática e da competência profissional [...]”. Ou seja, o papel docente na construção e desenvolvimento de sequências didáticas em Matemática, assim como em outras Ciências, requer uma constante reelaboração das suas práticas.

Assim, além do domínio de conteúdos, exige que o profissional perceba os conhecimentos prévios dos alunos, confronte suas experiências nos contextos escolares, em um processo de ressignificação do fazer docente. Conforme Alves e Oliveira, o trabalho docente, quando realizado a partir de bases teoricamente sólidas e constituído nos princípios de qualidade e de relevância social, permite:

[...] que professores e alunos participem de um processo conjunto para aprender de forma criativa, dinâmica, encorajadora tendo como essência o diálogo e a descoberta e, conseqüentemente, o reconhecimento das condições reais que contribuem para construção de novos conhecimentos. (ALVES e OLIVEIRA, 2016, p. 188).

Desse modo, além de considerar a necessidade e a importância da articulação entre teoria e prática, busca-se reconhecer as instituições escolares como fonte de pesquisa e de formação docente, o que possibilita a mudança de práticas cristalizadas, com efetivação do trabalho docente que possibilite e instigue as diferentes aprendizagens.

Refletir sobre a prática docente significa assumir o compromisso da ação educativa enquanto ato de formação e transformação, “[...] tendo como referencial a própria prática pedagógica e social, permeada pela ênfase no conhecimento e na inovação tecnológica” (ALVES e OLIVEIRA, 2016, p. 189).

Assim, diante do avanço dos recursos tecnológicos digitais, com diferenciadas linguagens e representações, pode-se realizar o trabalho em sala de aula de maneira inovadora e instigante, a partir de recursos e meios que já são conhecidos por todos (ou quase todos) os alunos, como exemplo o uso do celular.

Em conformidade com o supracitado, a ressignificação do processo de ensino e aprendizagens de Função Exponencial no Ensino Básico, exposta neste trabalho, ocorreu a partir da utilização da sequência didática para ensino e aprendizagens sobre a *Representação Gráfica Virtual* da Função Exponencial através do software *Geogebra*.

Segundo Santos (2019), o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), através de sequências didáticas, amplia o campo de construção do conhecimento e permite a integração dos alunos ao mundo digital, possibilitando o acesso a recursos tecnológicos em contextos e realidades diferentes. De maneira a corroborar com a provocação de:

[...] questionamentos, hipóteses e testes, ratificando a apreensão dos conceitos e contribuindo para a formação do conhecimento científico, além de expandir o procedimento didático dos professores envolvidos, enriquecendo o processo de mediação da construção do conhecimento. (SANTOS, 2019, p. 131).

Assim, a reflexão instiga mudanças nas ações em sala de aula, possibilitando o uso de metodologias inovadoras, sobretudo com a exploração de recursos digitais e tecnológicos.

Com isso, nota-se a importância do uso do *Geogebra* como recurso de exploração da *Representação Digital* da Função Exponencial, permitindo inovar e ampliar o processo de ensino e aprendizagens. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs – Brasil, 1998) apregoam que: é necessário que os alunos sejam conduzidos na compreensão da importância do uso e aplicação da tecnologia e que sejam instigados a acompanhar a sua permanente evolução.

Ainda sobre o uso da tecnologia como recurso metodológico, os PCNs (BRASIL, 1998, p.44) também destacam que “pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente, na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a diferentes ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros”.

Nesse sentido, a exploração pedagógica da *Representação Gráfica* da Função Exponencial possibilitará diferentes aprendizagens, permitirá a cada aluno efetuar testes, analisar a conversão entre a *Representação Algébrica* da função e a *Representação Gráfica*. Além da utilização da linguagem matemática, o aluno estará em contato com a introdução da linguagem de programação, suscitando questionamentos.

A investigação sobre a Conversão de Sistemas de Representação na Didática de ensino e aprendizagens de Matemática foi desenvolvida pelo filósofo, psicólogo e didático francês Raymond Duval (1937-)<sup>4</sup>, com a criação da *Teoria dos Registros de Representação Semiótica*. Esta Teoria proposta por Duval (1993, 2013) enfatiza sobre três transformações essenciais: a *formação*, os *tratamentos* e as *conversões*.

A *formação* refere-se à seleção dos objetos e dados do conteúdo que será representado. O *tratamento* pode ser caracterizado como as transformações da representação do objeto, sem realização de mudança do registro. Um exemplo de *tratamento* é a resolução de uma *equação linear* com uma incógnita através das operações de equivalência, com *tratamentos* realizados na representação algébrica da expressão, de maneira a obter uma expressão equivalente que represente a solução.

A *conversão* consiste em realizar a mudança do *Sistema de Representação Semiótica* do objeto, com possibilidade de ampliar a exploração dos conceitos envolvidos. Conforme Duval (2013) enfatiza, o processo de *Conversão* permite o desenvolvimento do conhecimento, a construção, a apropriação de conceitos, uma vez que a apreensão conceitual do objeto não está associada à sua representação.

Ao realizar a exploração de uma situação da realidade, situação textual (*Representação Textual*), e, promover a *Conversão* para a *Representação Algébrica*, a partir da identificação e determinação da Função Algébrica associada, ocorre a *Conversão* do *Sistema Representação Semiótica*. A *Representação Gráfica* da Função ocorre por meio da *Conversão* do *Sistema Algébrico* para o *Geométrico*.

---

<sup>4</sup> Raymond Duval, filósofo, psicólogo e didático, desenvolveu estudos em psicologia cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França. Atualmente é professor emérito da Université du Littoral Côte d'Opale em Dunquerque, França.

### 1.3 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DIGITAL DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

O processo de conversão da *Representação Semiótica* da Função Exponencial pode favorecer a construção e apreensão de conceitos relativos a este objeto matemático, além da autonomia e instigação em criar e investigar. O recurso digital permite a visualização e exploração de diferentes gráficos, com testes e análise de hipóteses.

O software *Geogebra* possibilita ampliar e enriquecer o processo de ensino e aprendizagens da Função Exponencial, com destaque para a agregação das representações algébricas e geométricas, sobretudo na Educação Básica. Santos (2019) destaca que as equações algébricas se associam aos conjuntos dos pontos, e, segundo o autor, isso exprime o objetivo da Geometria Analítica em propiciar a relação entre a Geometria e a Álgebra.

Jorge Delgado, Katia Frensel e Lhaylla Crissaf (SBM-2017, p. 56) enfatizam que “essa relação é pouco explorada nos ensinamentos Fundamental e Médio, ficando o estudo da Geometria Analítica limitado à fórmulas e nomenclaturas”, fator que enaltece a exploração da *Representação Gráfica* da Função Exponencial concomitantemente à exploração da sua *Representação Simbólica* e contextual.

Desse modo, a *Representação Gráfica* digital da referida função permite compreender e analisar situações advindas da Modelagem Matemática. Além disso, a metodologia permite ampliar a aprendizagem sobre os elementos que compõem a expressão algébrica, estabelecer relações entre diferentes coeficientes, análise de crescimento e decréscimo, estudo sobre conjunto domínio e conjunto imagem da função.

Assim, pode-se destacar a Modelagem como uma tendência em Educação e em Educação Matemática. Conforme Bassanezi, a Modelagem Matemática pode ser considerada como:

Um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. [...] A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2009, p. 24).

A Modelagem Matemática possibilita, principalmente, a agregação das diferentes Ciências, dos diversos tipos de conhecimento, com desenvolvimento do saber a partir da problematização e investigação.

O ambiente visual do software *Geogebra* atrai o aluno para participar do processo de criação, favorecendo a autoria, o surgimento de questionamentos, uma vez que é possível lidar de maneira simultânea com as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. Com essa abordagem a Matemática não será apresentada como um conjunto de conhecimentos prontos, mas algo em que o aluno seja integrante do processo de construção.

O desenvolvimento do conhecimento matemático exige do aprendiz a abstração, algo que precisa ser habilidade e competência presente no ensino e aprendizagens desta Ciência (BRASIL, 1998). O processo de adequação da linguagem matemática, a apreensão e desenvolvimento de conceitos, a identificação e caracterização de padrões, contribuem para a efetivação da capacidade de abstração.

Dessa maneira, as tecnologias digitais como recurso que compõe as sequências didáticas de ensino e aprendizagens contribuem para a superação de obstáculos. Ao estudar sobre Função Exponencial é comum exigir a realização de operações algébricas, assim, é oportuno o aluno compreender a diferença entre os objetos envolvidos, como entre incógnita e variável, como também conseguir realizar demonstrações e justificativa das equivalências de expressões.

#### 1.4 FUNÇÃO EXPONENCIAL

O modelo de expressão da Função Exponencial, pode ser representado por: seja  $a$  um número real positivo e diferente de 1, denotamos a Função Exponencial de base  $a$ , definida por  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ :

$$f(x) = a^x$$

temos as seguintes propriedades para quaisquer  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ :

- (i)  $a^{x_1} \cdot a^{x_2} = a^{x_1+x_2}$ ;
- (ii)  $a^1 = a$ ;
- (iii)  $x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$  quando  $a > 1$  e  $x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$  quando  $0 < a < 1$ ;
- (iv) A função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = a^x$  e  $a \neq 1$ , é ilimitada superiormente e contínua. Além disso, é uma função sobrejetiva. (LIMA, 2013).

Durante a Educação Básica, mais precisamente no Ensino Médio, ocorre o estudo sobre Função Exponencial, com aplicações no estudo de bactérias, propagação de epidemias, efeitos

de fármacos, estudo sobre terremotos, entre outras áreas, onde se faz necessário a caracterização das funções de tipo exponencial.

Conforme Elon Lages Lima (2013), seja  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  uma função monótona injetiva, de modo que, para  $x, h \in \mathbb{R}$  quaisquer, o acréscimo relativo

$$\frac{g(x+h)-g(x)}{g(x)},$$

dependa apenas de  $h$ . Assim, se  $b = g(0)$  e  $a = \frac{g(1)}{g(0)}$ , tem-se

$$g(x) = b \cdot a^x, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}.$$

Assim, além do estudo algébrico de conceitos relativos à expansão do objeto matemático, a exploração da função de tipo exponencial ocorre com a substituição dos símbolos que representam os coeficientes por outros símbolos, característicos do fenômeno em investigação.

A ferramenta *controle deslizante*<sup>5</sup> do software permite definir intervalos de mudança numérica dos coeficientes ‘a’ e ‘b’, assim, verificar de maneira dinâmica e iterativa a *Conversão do Sistema de Representação*. Além disso, permite visualizar e compreender o crescimento ou decréscimo da função, zero da função (quando existir), entre outros questionamentos que o processo induz.

## 2 PERCURSO METODOLÓGICO

Conforme Gamboa (2013), metodologia envolve um conjunto de estratégias e métodos configurados com finalidades específicas, principalmente, para a superação de desafios: “Fontes, instrumentos, materiais, técnicas de sistematização e organização de dados, informações e resultados, estratégias, procedimentos e hipóteses de trabalho” (GAMBOA, 2013, p. 141).

Dessa maneira, a pesquisa se caracteriza como pesquisa de intervenção, com abordagem qualitativa, o que propicia a construção e a reconstrução, com valorização da autoria e

---

<sup>5</sup> Ferramenta do Software *Geogebra* que permite variar os valores dos símbolos em intervalos e padrões que se desejar definir.

ressignificação do processo de ensino e aprendizagens. Permite considerar que sujeito e objeto compõem um mesmo processo, e, assim, a relação dialética entre ambos exprime a transformação coletiva (SANTOS, 2019).

Esse tipo de pesquisa provoca mudanças nas maneiras cristalizadas do processo de ensino e aprendizagens, viabiliza considerar diferentes contextos e diferentes períodos, sobretudo ferramentas relacionadas aos avanços tecnológicos. Com a finalidade de contribuir para o enriquecimento do processo de ensino e aprendizagens, as atividades foram organizadas para ocorrerem com contínua avaliação crítica e reflexiva.

O processo de apresentação dos resultados ocorreu a partir da análise da participação dos alunos durante a realização do trabalho (oficina), considerando o desenvolvimento de habilidades matemáticas, a apreensão de conceitos e a instigação da autoria com a utilização de ferramentas digitais.

## 2.1 DO AMBIENTE DE PESQUISA E SUJEITOS ENVOLVIDOS

O estudo é de caráter qualitativo, realizado a partir da investigação do processo de ensino e aprendizagens sobre Função Exponencial em uma escola estadual da Bahia, centrado, principalmente, na reflexão da prática docente e na integração do software *Geogebra* na *Representação Gráfica Digital* da Função Exponencial.

O trabalho ocorreu em uma turma da 2ª série do Ensino Médio, da rede pública, da qual sou professor. Foi realizado em uma turma em que os alunos apresentam diferentes ritmos de aprendizagens sobre Matemática, com facilidades e dificuldades peculiares.

Participaram da pesquisa 10 alunos escolhidos a partir de critérios específicos:

- 5 alunos que apresentam mais dificuldades quanto à linguagem algébrica, às operações algébricas estudadas e, principalmente, dificuldades quanto à construção e análise de gráficos.
- 5 alunos que apresentam habilidades quanto à linguagem algébrica, às operações algébricas estudadas e, principalmente, conseguem realizar a construção e análise de gráficos com mais facilidade.

## 2.2 PROCEDIMENTO E INSTRUMENTOS DE PESQUISA

A pesquisa ocorreu a partir da revisão e discussão sobre equação exponencial, enfatizando sobre a *Representação Algébrica*, domínio e imagem. Dessa maneira, a sequência didática possibilita a reorganização intelectual de modo que o novo conhecimento seja agregado aos anteriores, assim, corrobora com a manifestação dos obstáculos didáticos, favorecem a construção, a autoria, o desenvolvimento do conhecimento.

A investigação da *Representação Gráfica* da Função Exponencial iniciou-se com a exploração de uma situação didática envolvendo a variação populacional da cidade de Pindaí-BA, entre os anos de 2010 e 2022, conforme dados do IBGE. Como já foi discutido no decorrer deste trabalho, a situação didática utilizada pelo professor pode permitir o desenvolvimento crítico dos alunos, com participação efetiva do processo. Posteriormente, com a utilização das ferramentas disponíveis no software *Geogebra*, estendeu-se o processo de investigação e construção sobre a *Representação Gráfica* da referida função.

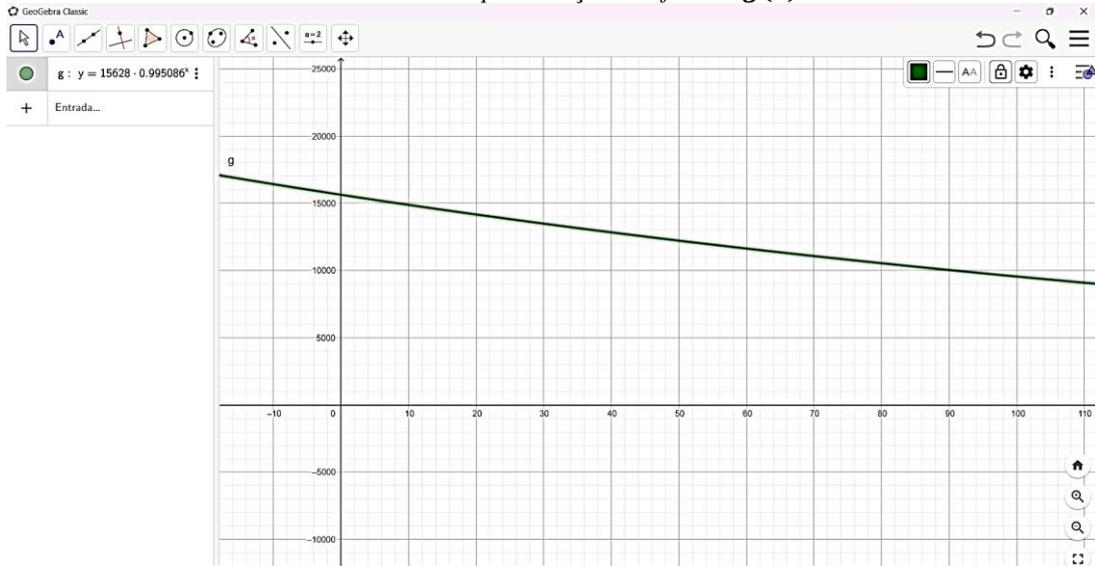
## 3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Após revisão sobre equação exponencial, analisamos e discutimos sobre o número populacional de Pindaí, conforme censo de 2010 e censo de 2022. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população de Pindaí (BA) em 2022 era de 14731 habitantes, enquanto que em 2010 era de 15628 habitantes, ou seja, ocorreu uma redução populacional. Nesse sentido, empenhamos em representar essa variação, de modo anual, a partir de um modelo matemático.

A partir da expressão  $p(t) = p_0 \cdot a^t$ , considerando  $p_0 = 15628$  a população em 2010,  $p(t) = 14731$  a população em 2022, e  $t = 12$  o período (com 2010:  $t = 0$ ; 2011:  $t = 1$ ; ...; 2022:  $t = 12$ ), calculamos que  $a = 0,995086$ , aproximadamente.

Assim, após realizarem testes no software *Geogebra*, no laboratório de informática da escola, com verificação de alguns comandos e ferramentas, os alunos plotaram o gráfico associado à função  $g(x) = 15628 \cdot 0,995086^x$ , com  $x \in \mathbb{R}$ , conforme Figura 1 abaixo:

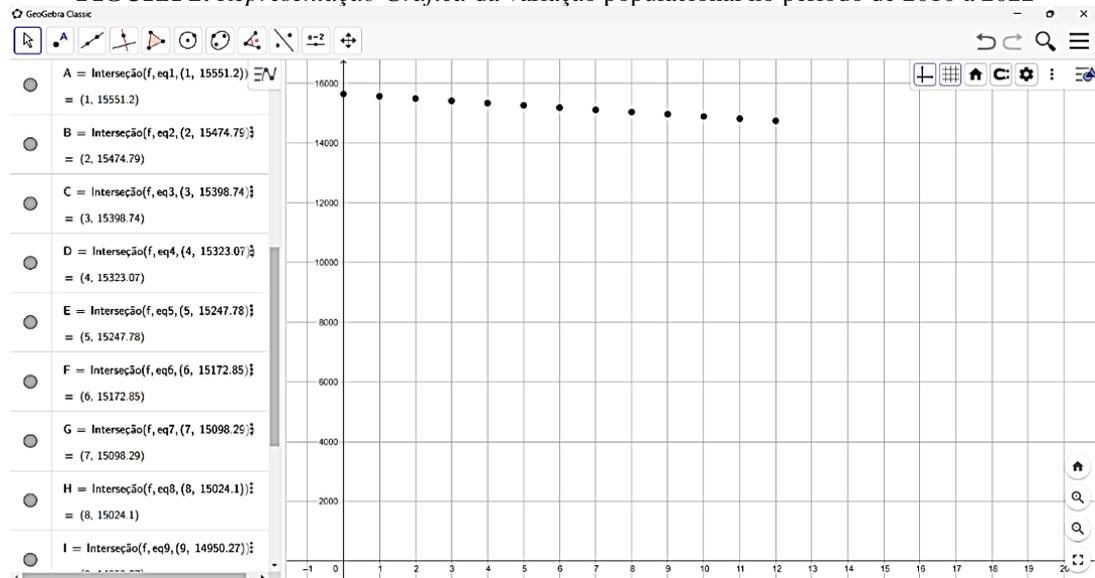
**FIGURA 1:** Representação Gráfica de  $g(x)$



Fonte: o autor, 2024

Com o intuito de construir o gráfico referente à variação populacional anual da cidade de Pindaí no período em análise, os alunos representaram os eixos  $x = 0, x = 1, \dots, x = 12$ , de maneira a marcar as respectivas intersecções destes com a função  $g(x)$ . Posteriormente, ocultaram a referida função e os eixos, como na Figura 2 a seguir.

**FIGURA 2:** Representação Gráfica da variação populacional no período de 2010 a 2022



Fonte: o autor, 2024

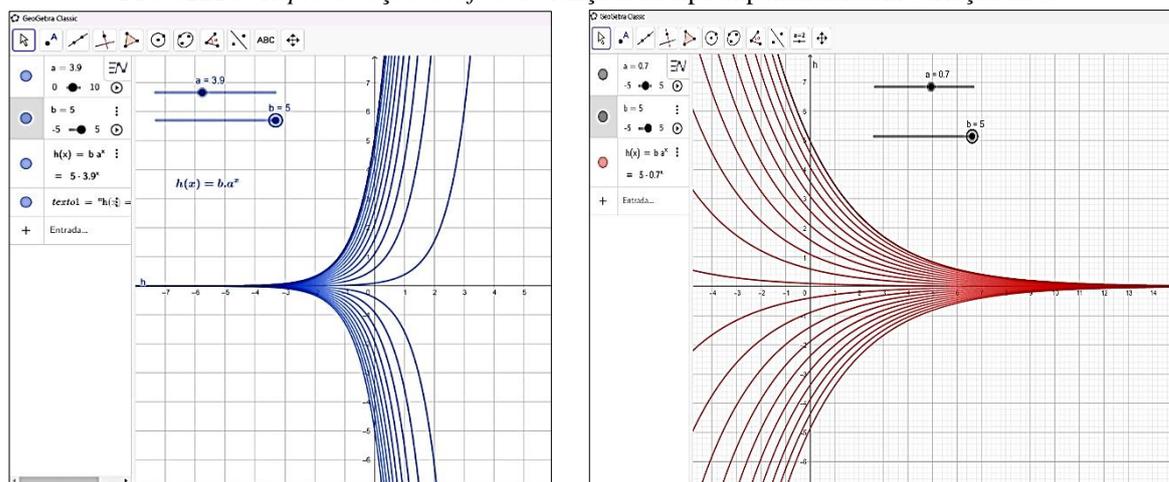
Dessa maneira, verificaram o valor aproximado da população em cada ano, conforme modelo encontrado, e verificaram geometricamente o decrescimento da função associada. Também, puderam estipular a população em períodos posteriores ao ano de 2022, além de outras indagações e análises, como a variação populacional em diferentes intervalos anuais, conforme o modelo matemático.

Ao discutir sobre o decrescimento populacional na cidade de Pindaí, no período considerado, os alunos consideram que a procura por melhores oportunidades de emprego e a formação no Ensino Superior são os principais fatores responsáveis por este decrescimento, com o deslocamento de muitas pessoas para outras cidades.

Para uma análise iterativa da *Representação Gráfica* da função do tipo exponencial com a variação dos seus coeficientes, os alunos construíram, por meio do software, a seguinte função:  $h(x) = b \cdot a^x$ , com  $x \in \mathbb{R}$  e  $a, b$  pertencentes a intervalos reais escolhidos pelos discentes.

Isso possibilitou discussão sobre o tema, diferentes testes, variações dos coeficientes de maneira a perceber instantaneamente a mudança da *Representação Gráfica*. Os alunos puderam constatar a *Representação Gráfica* da Função Exponencial, com  $b = 1$ . Investigaram o que ocorre quando  $a = 0$  ou  $a = 1$ , também quando  $b \leq 0$ , entre outros, como na Figura 3 a seguir:

**FIGURA 3:** *Representação Gráfica* de funções do tipo exponencial com variação de  $b$



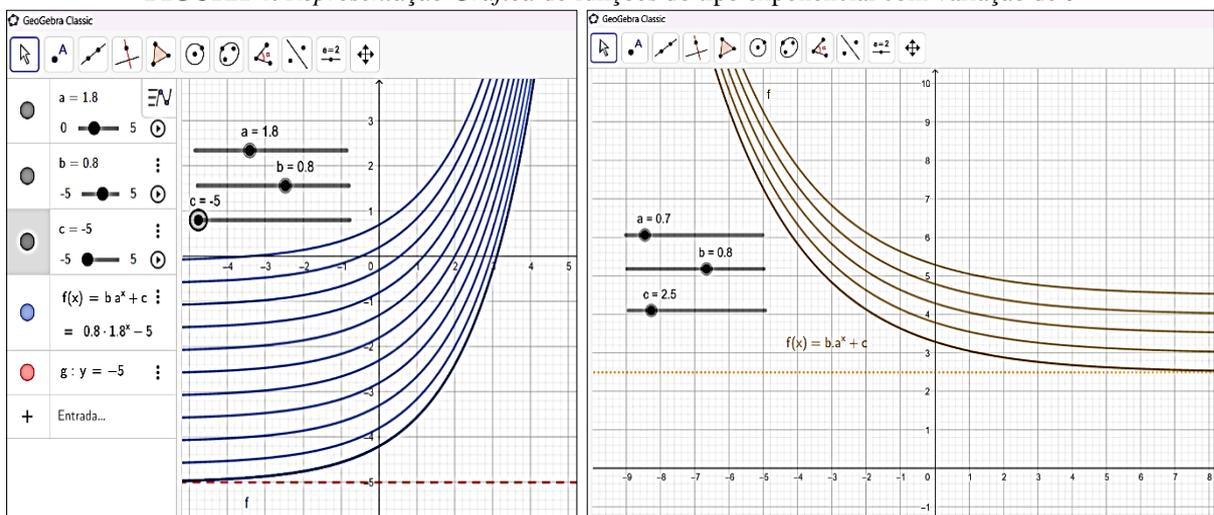
Fonte: o autor, 2024

A partir da iteratividade do software, representação instantânea dos gráficos, os alunos foram questionados e orientados a verificar sobre a intersecção do gráfico com o eixo das

ordenadas (ponto de coordenadas  $(0, ba^0)$ ). Um fato interessante foi a possibilidade de analisar a assíntota horizontal ( $y = 0$ ), ampliando a representação e analisando o que acontece entre o gráfico e o eixo das abscissas.

Posteriormente, os alunos foram orientados a analisar a mudança gráfica que seria provocada ao somar um valor  $c$  à função. Assim, constataram que  $c$  (com  $c \neq 0$ ) provoca um deslocamento vertical do gráfico (Figura 4). Na oportunidade, foi comentado sobre algumas situações, contextos, envolvendo funções do tipo exponencial.

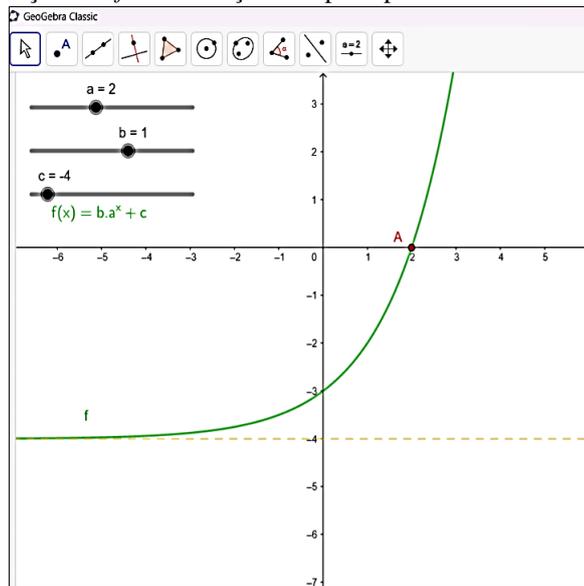
**FIGURA 4:** Representação Gráfica de funções do tipo exponencial com variação de  $c$



Fonte: o autor, 2024

Neste caso, com funções do tipo exponencial, surgiu o questionamento sobre a possibilidade de existência do ‘zero da função’. Retomamos ao estudo algébrico de equação exponencial, cálculo do zero (raiz) da função. O processo de estudo e localização da raiz (em caso de sua existência) também foi realizado a partir do *Geogebra*, conforme Figura 5:

**FIGURA 5:** *Representação Gráfica* de função do tipo exponencial e localização geométrica da raiz

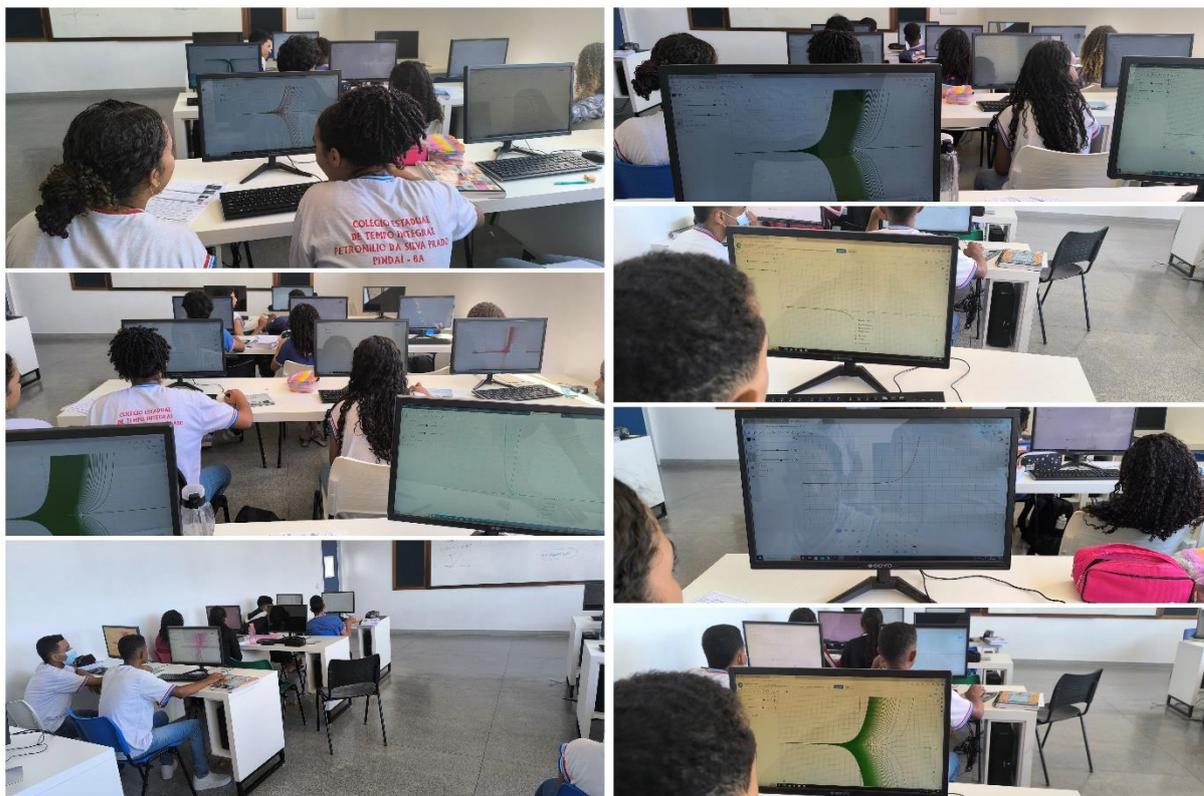


**Fonte:** o autor, 2024

O processo de utilização da ferramenta digital auxiliou significativamente para a compreensão da existência ou ausência do ‘zero’, de modo a facilitar a aprendizagem, a construção de hipóteses e sobre a relação entre os seguintes elementos: os coeficientes da função, a assíntota e a possibilidade de existência da raiz.

Além disso, a sequência didática adotada, com a utilização do recurso digital, fomentou a participação dos alunos, provocando a curiosidade, a investigação, de modo a permitir e viabilizar a construção. Alguns momentos da realização da oficina podem ser visualizados na Figura 6.

**FIGURA 6:** Participação dos alunos durante a oficina



Fonte: o autor, 2024

A realização do trabalho com os alunos possibilitou o diálogo e a discussão entre eles, de modo que compartilhassem entre si as aprendizagens e as descobertas, investigando sobre a Função Exponencial e a respeito das ferramentas do software. Os discentes que relataram, no início da pesquisa, maior dificuldade com a aprendizagem em Matemática, participaram do processo de apreensão dos conceitos e construção do conhecimento, corroborando para a superação de obstáculos.

## CONCLUSÕES

Neste trabalho investigou-se o ensino de Matemática com a utilização de ferramentas digitais. Mais precisamente, a *Conversão Semiótica (Representação Algébrica e Representação Geométrica)* como elemento fundamental no processo de ensino e aprendizagens de Função Exponencial.

A realização da pesquisa possibilitou mudanças na prática escolar, com construção e transformação de metodologias, de maneira a investigar a inclusão dos avanços tecnológicos como ferramenta a ser explorada no processo de ensino, apreensão e criação. O uso das tecnologias possibilita a realização de testes, aprendizagens de novas linguagens e permite a ampliação do pensamento generalizável e abstrato, que são contribuições para o desenvolvimento do pensamento científico.

Diante disso, o estudo da *Representação Gráfica* da Função Exponencial com a utilização do software instiga a realização de indagações, agrega diferentes conhecimentos geométricos e algébricos, ampliando e explorando aspectos cognitivos para construção do novo. Conforme ressaltam os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998, p.44), a utilização das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs) “pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente, na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a diferentes ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros”.

Ainda segundo os PCNs (BRASIL, 1998), é necessário orientar os alunos a compreender o uso da tecnologia, a acompanhar a sua constante evolução. E, didaticamente, os avanços tecnológicos possibilitam diferentes maneiras de representação, resoluções algébricas a partir de métodos iterativos (de otimização) com aproximações desejadas, entre outros. Segundo Duval,

De um ponto de vista cognitivo, os softwares trazem três grandes inovações. A mais fascinante é o poder de visualização que eles oferecem em todas as áreas. A segunda é que eles constituem um meio de transformações de todas as representações produzidas na tela. Em outras palavras, eles não são somente um instrumento de cálculo cuja potência cresce de modo ilimitado, mas eles cumprem uma função de simulação e de modelagem que ultrapassa tudo o que podemos imaginar “mentalmente” ou realizar de modo gráfico-manual. Enfim, a produção pelos computadores é quase imediata: um clique, e isto é obtido sobre a tela! É esta tripla inovação do ponto de vista cognitivo que gera o interesse e os benefícios pedagógicos dos ambientes informatizados no ensino de matemática. Do ponto de vista da formação, eles são absolutamente indispensáveis. (DUVAL, 2013, p.32)<sup>6</sup>.

A *Representação Gráfica* manual (lápiz, papel, etc.) da Função Exponencial também deve ocorrer em sala de aula, com as devidas investigações para sua realização. Assim, a iteratividade permitida pelo software *Geogebra* possibilita aos alunos a visualização

---

<sup>6</sup> Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 2, n. 3, 2015.

instantânea da família das funções do tipo exponencial, ampliando e enriquecendo o método de construção gráfica manual.

Por fim, é importante ressaltar sobre a necessidade de o docente empenhar esforços para a continuidade de sua formação, uma vez que contribui no processo de planejamento pedagógico, utilização de novas tecnologias, entre outros. Além disso, é extremamente importante enfatizar sobre a necessidade dos pais e responsáveis realizarem o acompanhamento escolar dos filhos, de modo a agregar com a formação da responsabilidade, comprometimento e perspectiva.

## Referências

ALVES, Maria Aparecida Oliveira; DE OLIVEIRA, Gislene Farias. Reflexão da Prática pedagógica na perspectiva de uma formação docente contextualizada. **ID on line. Revista de Psicologia**, v. 10, n. 29, p. 182-193, 2016.

ARAÚJO, Heliane Aparecida. **Matemática e Suas Tecnologias: interlocuções necessárias na implementação do Ensino Médio**. 2024. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2024.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148p.

DELGADO, Jorge. **Geometria Analítica** / Jorge Delgado, Katia Frensel, Lhaylla Crissaf.- Rio de Janeiro: SBM, 2017.

DUVAL, Raymond. Les Problèmes dans l’acquisition des Connaissances Mathématiques: Apprendre Comment les Poser pour Devenir Capable de les Résoudre? Problem Solving in Learning Mathematics: Learn how to Construct Problems First in Order to Became Able to Solve Them?. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 1, p. 1-45, 2013.

\_\_\_\_\_. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et Sciences Cognitives**. Strasbourg: IREM – ULP, v. 5, p. 37-65. 1993.

FERNANDES, D. (2005). **Avaliação das Aprendizagens: Reflectir, Agir e Transformar**. In Futuro Congressos e Eventos (Ed.), Livro do 3.º Congresso Internacional Sobre Avaliação na Educação, pp. 65-78. Curitiba: Futuro Eventos.

GAMBOA, Silvio Sánchez. **Projetos de Pesquisa, Fundamentos Lógicos**: a Dialética Entre Perguntas e Respostas. Chapecó/SC: Argos, 2013.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais**: Coleção profmat, Rio de Janeiro, RJ, Brasil: SBM, 2013.

PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E.. **Professor Reflexivo no Brasil**: gênese e crítica de um conceito. Cortez Editora, 2002.

PIMENTA, S. G. **O Estágio na Formação de Professores**: Unidade Teoria e Prática? – 11. Ed. – São Paulo: Cortez, 2012.

PIMENTA, S. G. **Estágio e Docência** / Selma Garrido Pimenta, Maria Socorro Lucema Lima; revisão técnica José Cerchi Fusari, - 7. Ed – São Paulo: Cortez, 2012. – (Coleção docência em formação. – Série saberes pedagógicos).

SANTOS, Romário Freire. **Semiótica e Relação de Equivalência Entre Sistemas Lineares no Ensino Básico**. / Romário Freire Santos, 2019. 158f. il.