



Estudo das propriedades dos polígonos regulares usando a técnica de ladrilhamento nos anos finais do ensino fundamental

THAISE SANTOS SILVA¹

ERNANDO CAMPOS FERREIRA (ORIENTADOR)²

RESUMO

Esta pesquisa apresenta uma proposta de atividade realizada em uma turma de tempo integral do nono ano do ensino fundamental. O objetivo principal desse trabalho, é mostrar que a técnica do ladrilhamento no plano, usando apenas polígonos regulares, pode possibilitar o estudo das características e propriedades desse objeto de conhecimento de forma mais significativa nas aulas de Matemática. Para alcançar esse objetivo, inicialmente foi feito um levantamento bibliográfico de artigos, livros e dissertações mais recentes que discutiam sobre a problemática do ensino da Geometria nas escolas, da importância das Metodologias Ativas e das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Além disso, foram apresentados os conceitos mais importantes relacionados ao conteúdo de polígonos e à técnica de ladrilhamento, que são fundamentais para o entendimento da atividade proposta. Com uma abordagem qualitativa, a metodologia foi dividida em quatro etapas: aula expositiva, organização, construção e apresentação. Os resultados obtidos evidenciaram uma participação mais ativa e motivadora por parte dos alunos, que consequentemente permitiu que o ensino e aprendizagem da Geometria ocorresse de forma significativa, possibilitando aos estudantes serem os sujeitos centrais no processo de construção do conhecimento.

Palavras-chave: Geometria; polígonos regulares; ladrilhamento.

ABSTRACT

This research presents a proposal for an activity carried out in a full-time ninth-grade class. The main objective of this work is to show that the technique of plane tiling, using only regular polygons, can enable the study of the characteristics and properties of this object of knowledge in a more meaningful way in Mathematics classes. To achieve this objective, a bibliographic survey of more recent articles, books and dissertations was initially carried out that discussed the problems of teaching Geometry in schools, the importance of Active Methodologies and Digital Information and Communication Technologies in the process of teaching and learning Mathematics. In addition, the most important concepts related to the content of polygons and the tiling technique were presented, which are fundamental for understanding the proposed activity. With a qualitative approach, the methodology was divided into four stages: expository class, organization, construction and presentation. The results obtained showed a more active and motivating participation on the part of the students, which consequently allowed the teaching and learning of Geometry to occur in a meaningful way, enabling students to be the central subjects in the process of knowledge construction.

Key-words: Geometry; regular polygons; tiling.

Introdução

A Matemática é uma ciência precisa, exata, organizada ao longo de muitos anos e suas teorias são aplicadas em várias áreas de conhecimento. Por ser uma ciência muito ampla e diversificada, ela é dividida em campos ou ramos. Entre os campos da Matemática, destacam-se a Aritmética, a Álgebra, as Grandezas e Medidas, a Probabilidade, a Estatística e a Geometria. Este último campo encontra um espaço significativo devido às suas aplicabilidades na área da Engenharia, da Arte, da Arquitetura, da Física, da Computação, dentre outras. Com

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) – thaiseaj@gmail.com

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) – ernando.ferreira@ufpe.br



relação aos objetos de estudo da Geometria, o conteúdo de polígonos regulares é colocado como foco de aprendizagem principal de análise desse trabalho.

No que se refere ao ensino da Geometria nas escolas, é importante que ela seja trabalhada relacionando os seus objetos de conhecimento com os demais campos da Matemática, possibilitando aos alunos a formação de habilidades que vão permiti-los solucionar problemas do cotidiano e de diferentes áreas de conhecimento. Apesar da Geometria ser tão importante para a vida do estudante, ao longo dos anos ela não foi abordada como deveria e até então enfrenta grandes problemas relacionados ao seu processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática. Além disso, por muito tempo, os livros didáticos foram organizados com os conteúdos da Geometria na parte final, priorizando, inicialmente, os conteúdos numéricos e algébricos, e conseqüentemente os conteúdos geométricos não eram trabalhados por falta de tempo no ano letivo.

Dessa forma, muitos alunos apresentam até hoje grandes dificuldades em Geometria, pois não se deparam com a maioria dos conteúdos desse campo ao longo da sua vida escolar e, de forma geral, os professores têm dificuldades teóricas e metodológicas para trabalhar os conteúdos geométricos. Diante disso, surge o seguinte questionamento: como trabalhar os conteúdos da Geometria, em particular dos polígonos regulares, com uma abordagem mais ativa que permita aos alunos o protagonismo no processo de aquisição de conhecimentos? Que tipo de técnica pode ser utilizada para trabalhar esse conteúdo de forma mais manipulável e que possibilite um trabalho mais investigativo, exploratório e que permita a aprendizagem dos conceitos, elementos e propriedades dos polígonos regulares?

Na tentativa de estimular a prática do currículo da Matemática com abordagens mais ativas, propõe-se com esse trabalho uma sugestão de atividade didática que possibilite uma aprendizagem do conteúdo de polígonos regulares de forma mais investigativa e interativa, permitindo aos alunos compreender melhor o mundo que os cerca e o conteúdo trabalhado. Nesse sentido, o objetivo principal dessa pesquisa é mostrar que a técnica do ladrilhamento no plano usando apenas polígonos regulares como triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, octógono e dodecágono pode possibilitar o estudo das suas características e propriedades de forma mais significativa.

Para isso, a fim de alcançar esse objetivo, inicialmente será feito um estudo bibliográfico sobre o tema, destacando algumas análises que justificam a problemática do ensino da Geometria nas escolas e a importância de trabalhar o ensino da Matemática de forma mais criativa e motivadora, usando metodologias ativas e Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação. Em seguida, será realizado um estudo teórico sobre os polígonos regulares, destacando seus elementos e propriedades, além dos conceitos básicos de ladrilhamento no plano. Posteriormente, será apresentada a metodologia adotada nesse trabalho e as discussões dos principais resultados obtidos durante a realização da pesquisa.

1. Revisão de literatura

De acordo com Pavanello e Franco (2007, apud Brasil 2021, p. 76541) “a Geometria pode ser entendida como uma ferramenta que descreve e interage com o espaço em que vivemos e é parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada a realidade”. Ela se relaciona



diretamente com os diferentes campos da Matemática, possibilitando aplicações em diversas áreas de conhecimento como a Engenharia, a Arquitetura, a Arte, a Medicina, entre outras.

Na natureza, é possível observar a sua presença tanto nos seres vivos como nos elementos não vivos. Ventoso (2024) destaca que as formas geométricas estão presentes no formato de cone das coníferas, nas gotas esféricas de orvalho que se fundem nas folhas das plantas, nos cubos dos grânulos de sal, nos hexágonos das colmeias, olhos de insetos e flocos de neve, nos complexos padrões geométricos das teias de aranhas, nos fractais formados no desenvolvimento de um tronco até as folhas de uma árvore, entre muitos outros.

Para Fraga (2021) é justamente a Geometria que permite que o aluno tenha uma percepção do mundo ao seu redor, compreendendo de forma sistematizada e crítica os problemas do dia a dia. Nesse sentido, ela contribui para a formação e desenvolvimento do pensamento, identificando semelhanças e diferenças no seu cotidiano. Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ainda destacam que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1997, p. 56).

Nesse âmbito, é notório que os conhecimentos da Geometria possibilitam resolver vários problemas do cotidiano das pessoas e devem encontrar um espaço significativo nos currículos escolares. No ensino fundamental, ela deve se articular com a Aritmética, Álgebra, Estatística e Probabilidade, garantindo que o aluno relacione as observações do mundo real e realize análises, induções e deduções na tentativa de resolver os problemas que integram a sua vida. De fato, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) fundamenta essa informação, apresentando a seguinte competência específica da Matemática para o ensino fundamental:

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (BRASIL, 2018, p. 256).

Dessa forma, observa-se que a Geometria deve ser trabalhada ao longo dos anos letivos de forma relacionada com os demais campos da Matemática. A BNCC coloca a Geometria como uma unidade temática e destaca os objetos de conhecimento e as habilidades que serão exigidas ao aluno e que possibilitam a formação de atitudes e valores que vão permitir resolver os problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento, por meio dos pensamentos e argumentos geométricos adquiridos durante todas as etapas da sua vida escolar.

Apesar da Geometria ser tão importante para a vida do aluno e das exigências que a BNCC aponta sobre esse campo, em geral, os conteúdos são trabalhados de forma isolada, sem relacionar à realidade dos estudantes. Ao longo dos últimos anos, estudos relacionados à Educação Matemática apontam essa problemática dentro das escolas brasileiras. Pesquisas recentes de autores como Ribeiro e Brandalise (2024), Souza e Mattos (2024), Silva, *et al* (2024), Moran, *et al* (2023), Goulart (2023), Silva e Machado (2023), Cruz (2022), Santos e



Leal (2021), Costa (2020) trazem discussões acerca dessa perspectiva, fundamentando o discurso de que por muitos anos a Geometria não foi trabalhada como deveria e que até então enfrenta grandes entraves relacionados ao processo de ensino e aprendizagem desse campo nas aulas de Matemática.

Durante muitos anos, os livros didáticos apresentaram os conteúdos da Geometria no final do livro. Segundo Lorenzato (1995, apud Santo *et al*, 2023), os livros didáticos apresentavam a Geometria sem qualquer aplicação, deixando, na maioria das vezes, o estudo desse campo para a última parte do livro, aumentando a probabilidade de não vir a ser trabalhado por falta de tempo no ano letivo. Nesse sentido, os conteúdos aritméticos e algébricos eram priorizados durante as aulas e muitos alunos entravam nas séries seguintes, sem muitas vezes terem tido um contato mínimo com os conteúdos geométricos. Para Delmanto, (2007, p. 38, apud Santos *et al*, 2023, p. 29) "[...] de modo geral, os conteúdos mais trabalhados estão relacionados aos Números e Operações, com ênfase no cálculo aritmético (séries iniciais do ensino fundamental) e no cálculo algébrico e resolução de equações (séries finais)".

De acordo com Souza (2021), as coleções de livros aprovadas para serem distribuídas nas escolas públicas pelo Ministério da Educação passaram a exibir os objetos de conhecimentos da Geometria alternados com os conteúdos de Aritmética, Álgebra, Probabilidade e Estatística, a partir das novas exigências do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) e das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). Para o autor, os fatores que influenciaram nesse distanciamento estão relacionados, de um lado, às questões de aprendizagem dos alunos e as abordagens teóricas sobre a Geometria e do outro sobre as metodologias utilizadas pelos professores em sala de aula.

Santos *et al* (2024) afirmam que ainda hoje os professores apresentam dificuldade tanto teórica quanto metodológica quando tentam trabalhar os conteúdos de Geometria em sala de aula. Muitas vezes esse campo ainda não está parcialmente ou totalmente presente nas aulas de Matemática, principalmente porque os professores não possuem os conhecimentos necessários sobre Geometria para transmitirem aos seus alunos durante o ano escolar. Os autores ainda afirmam que:

Foram muitos os estudiosos como Pavanello (1989/1993), Lorenzato (1995), Gazire (2000), Fonseca *et al*. (2001) entre outros, que reconheceram que a Geometria é pouco estudada nas escolas. Estes estudos comprovam que o ensino da Geometria nas Escolas Públicas do Brasil, na maioria das vezes, vem sendo trabalhada de forma superficial e sem ligação com o cotidiano do aluno. Nesse sentido, Lorenzato (1995) reafirma que a Geometria está ausente em parte, senão totalmente, no ensino escolar, por diversos fatores que poderiam ser facilmente explicáveis, mas que, uma das razões que mais se sobrepõe, neste sentido, é o fato de muitos professores não possuírem os conhecimentos necessários sobre Geometria, para que possam, pelo menos, repassá-los aos seus alunos (Santos, *et al* 2023, p. 32).

Diante do que foi apresentado, é notório que o trabalho para romper os obstáculos relacionados ao ensino e aprendizagem da Geometria não são recentes. Portanto, é importante buscar formas de organizar o planejamento das aulas de Matemática ao longo do ano, permitindo aos alunos o estudo e assimilação dos objetos de conhecimentos pertinentes a todos os campos da Matemática. Uma forma de minimizar as dificuldades é buscando metodologias que possibilitem uma aprendizagem mais eficiente e significativa. Para Ramos, *et al* (2024), é



muito importante o desenvolvimento de procedimentos pedagógicos que despertem o interesse dos alunos. Essas estratégias aplicadas de forma consciente e com planejamento permitem uma metodologia mais eficiente em relação às técnicas tradicionalmente utilizadas.

Dentro do ensino da Matemática, podem ser encontrados vários tipos de metodologias educacionais que permitem uma aprendizagem mais motivadora. Dentre essas metodologias, podem-se destacar as Metodologias Ativas. Nesse tipo de estratégia, os alunos têm uma participação efetiva no processo de aprendizagem. Ou seja, “as Metodologias Ativas são elaboradas de forma que o aluno é o centro do processo ensino-aprendizagem, o agente protagonista, o principal responsável pela construção do próprio conhecimento” (BATISTA, 2024, p. 17). Nessa abordagem, o professor é o mediador do processo e estimula os alunos a serem protagonistas e os principais responsáveis pela construção do próprio conhecimento.

De acordo com Barbosa (2023), o conceito e a definição de metodologia ativa surgiram recentemente, mas a utilização de abordagens que estimulem uma educação mais ativa não é atual. Inclusive, o termo educação ativa foi destacado pelos professores Charles Bonwell e James Eison em seu livro em 1991. Ele ainda destaca que:

As teorias mais remotas de aprendizagem, como a aprendizagem pela interação social, recomendada por Lev Vygotsky (1896-934), a aprendizagem pela experiência (Dewey, 1978), a aprendizagem significativa de David Ausubel (1918-2008) e a perspectiva Freiriana da Autonomia (Freire, 2015), não indicam o termo, mas defendiam a aplicação dos mesmos princípios das Metodologias Ativas, que são autonomia, reflexão, estudante no centro do processo de ensino e aprendizagem, trabalho em equipe e professor como mediador/facilitador (Barbosa, 2023, p. 19).

As Metodologias Ativas são estratégias pedagógicas cujo intuito primordial é de permitir que os alunos participem de forma ativa no processo de aprendizagem. Além disso, elas procuram promover o envolvimento dos estudantes, possibilitando a construção ativa de entendimento e crescimento de capacidades cognitivas e sociais. “Essas abordagens pedagógicas são amplamente empregadas em âmbitos educacionais com a finalidade de transformar as aulas de maneira mais envolvente, relevante e adaptada às necessidades específicas dos educandos” (Olivieri e Zampin, 2024, p.1).

Olivieri e Zampin (2024) ainda apresentam algumas implementações frequentes de Metodologias Ativas que podem ser empregadas na sala de aula. Entre elas estão: a aprendizagem baseada em problemas, que é um método baseado na utilização de problemas como ponto de partida para a aquisição de novos conhecimentos; aprendizagem baseada em projetos, que permite aos alunos a possibilidade de desenvolver habilidades colaborativas ao realizar um conjunto de atividades; sala de aula invertida, onde os alunos, por meio dos recursos digitais, estudam o conteúdo de forma remota e, nas aulas, ocorrem as discussões e interações; o ensino colaborativo, que é uma abordagem que estimula as habilidades e contribuições individuais de cada integrante da equipe.

Além das quatro abordagens ativas citadas acima, Olivieri e Zampin (2024) ainda destacam: a aprendizagem cooperativa que envolve métodos de ensino em que os estudantes em pequenos grupos, colaboram reciprocamente na discussão e resolução de problemas; aprendizagem baseada em jogos, que possibilita uma aprendizagem mais estimulante e interativa; estudo de caso, onde os alunos investigam situações do mundo real para aplicar a



teoria e aperfeiçoar habilidades de resolução de problemas; simulações, onde permite uma experimentação e aplicação dos conceitos de forma segura, com atividades que simulam acontecimentos da vida cotidiana; ensino entre pares, que envolve a formação de duplas com o objetivo de promover a troca de ideias e construções colaborativas e, por fim, o portfólio que permite que os estudantes redijam o seu progresso ao longo de um período, promovendo uma aprendizagem mais integrada.

Nesse sentido, as Metodologias Ativas podem estar diretamente relacionadas com as Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDIC). Na BNCC, a competência cinco sugere “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos” (BRASIL, 2018, p. 267). Nesse âmbito, muitos *softwares* matemáticos como GeoGebra podem ser grandes aliados no processo de ensino da Geometria e quando unidos às atividades com abordagens mais ativas, podem proporcionar aulas mais dinâmicas, criativas e motivadoras.

Cruz, Paula e Silva (2024) no mapeamento documental sobre as Metodologias Ativas e as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no ensino da Matemática afirmam que:

As atualizações das TDIC estão cada vez mais frequentes para ampliar a interação com o mundo ao nosso redor. Com isso, na educação, as tecnologias digitais, se bem utilizadas, podem ser aliadas no processo de ensino e aprendizagem, principalmente quando se trata da Matemática, pois há diversos dispositivos e softwares que vêm sendo testados e utilizados para potencializar o desenvolvimento das atividades durante as aulas. (Cruz, Paula e Silva, 2024, p. 6).

Ainda convém destacar que a BNCC aponta a importância da utilização de instrumentos como régua, esquadro e compasso nas habilidades ao longo de todos os anos do ensino fundamental. O manuseio desses instrumentos de medidas, aliados às Metodologias Ativas e/ou TDIC promovem um ambiente de investigação, manipulação e compreensão de conhecimento por meio de técnicas que para serem elaboradas ou construídas, envolvem a utilização de conteúdos matemáticos. Um exemplo, é a técnica de ladrilhamento no plano usando polígonos regulares. Vaz e Lopo (2023), apontaram resultados satisfatórios em seus estudos. Para eles, “os estudantes puderam aprender e desenvolver habilidades tecnológicas, também viram a multiplicidade dos polígonos regulares” (Vaz e Lopo, 2023, p. 116).

O ladrilhamento é um procedimento que permite preencher um plano com formas geométricas sem buracos e sobreposições. Segundo Sallum (2016, apud Martins, 2021), as primeiras peças de ladrilhos foram encontradas em torno de 5000 anos a. C. no Egito. Os egípcios, árabes e outras civilizações usavam ladrilhamentos em pirâmides, nos templos e castelos, que, ao longo dos anos, foram criados e recriados por diversas civilizações em diferentes construções. Essa técnica “aparece em várias aplicações do cotidiano como em pisos de cerâmicas e madeira, forros, estampas de tecidos, crochês e empilhamentos de objetos iguais” (Martins, 2021, p.20). A figura 1 mostra exemplos de ladrilhamento nas construções.



FIGURA 1: Exemplos de ladrilhamento nas construções

FONTE: Dias e Sampaio, 2013

As figuras 2 e 3 ilustram exemplos de ladrilhamento na natureza. Nela são encontrados nas colmeias das abelhas, no arranjo das escamas de peixes, nas pinhas das coníferas, nos arranjos dos cristais, nas bolhas de sabão, entre outros.



FIGURA 2: Exemplos de ladrilhamento na natureza: colmeia de abelhas

FONTE: Site Pixabay, 2024



FIGURA 3: Exemplos de ladrilhamento na natureza: escamas de peixe

FONTE: Site Pixabay, 2024

A seguir, serão apresentadas algumas definições importantes referentes ao estudo de polígonos regulares e ladrilhamento no plano.

1.1. Estudo teórico

Nesta seção será apresenta a definição de polígonos e das suas principais propriedades. Além disso, será discutida a definição de ladrilhamento no plano usando polígonos regulares e os seus tipos. Para isso, serão usados como referências Dias e Sampaio (2013), Nascimento (2021) e Giovanni Júnior (2022).

Definição: Um polígono P é uma figura plana formada por uma linha fechada simples, composta apenas de segmentos de reta, reunidas com a sua região interna.

Os polígonos são formados por: vértices, que são os pontos de encontro das arestas; as arestas (lados), que são segmentos de retas; ângulos internos, que são formados por dois lados consecutivos; as diagonais, que são segmentos que unem um vértice a outro não consecutivo a ele e ângulos externos que são os ângulos formados por um lado do polígono e pelo

prolongamento de um lado consecutivo a ele. Na figura 4, A, B, C, D e E são os vértices do polígono; AB, BC, CD, DE e EA são as arestas; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ e ε são os ângulos internos e p, q, r, s e t são as diagonais do polígono. Além disso, os polígonos são nomeados de acordo com os seus vértices. Dessa forma, na figura 4 abaixo, tem-se o polígono ABCDE.

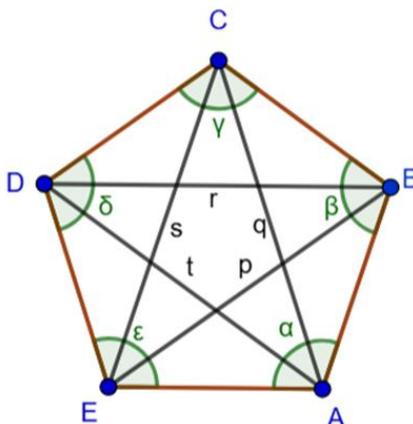


Figura 4: Polígono

Fonte: Elaborada pelos autores

Definição: Um polígono P é dito convexo se a região poligonal delimitada por P é um conjunto convexo.

Definição: Um polígono P convexo é dito regular quando tem todos os lados de mesma medida e todos os ângulos internos congruentes entre si.

A figura 4 é um exemplo de polígono convexo e regular. Em um polígono, o número de vértices, de lados e ângulos internos é sempre o mesmo. Além disso, alguns polígonos são nomeados de acordo com o seu número de arestas. O polígono de três lados é chamado de triângulo, o polígono de quatro lados é chamado de quadrilátero, o polígono de cinco lados é chamado de pentágono. A tabela 1 contém as nomenclaturas dos principais polígonos.

Tabela 1: Nomenclatura dos polígonos regulares

Número de lados	Nomenclatura do polígono
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

Fonte: Elaborada pelos autores



Diagonal de um polígono: Em um polígono de n lados, o número de diagonais d é dado por:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} .$$

Cada vértice de um polígono de n lados tem $n - 3$ diagonais. Por exemplo, na figura 4 tem-se um polígono de 5 lados, portanto, cada vértice tem duas diagonais, ou seja, cada vértice pode ser ligado a todos os outros, exceto aos dois consecutivos e a ele próprio. Além disso, a diagonal que sai de E até C é a mesma que sai de C até E, por isso é necessário eliminar a duplicidade dividindo a expressão $n \cdot (n - 3)$ por 2 na fórmula da diagonal. É importante salientar que n deve ser maior que 3, pois um polígono com exatamente 3 lados não possui nenhuma diagonal, como é o caso do triângulo.

Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo: Sendo S_i a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados, tem-se:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ .$$

Medida do ângulo interno de um polígono regular: Sendo a_i a medida de cada ângulo interno de um polígono regular de n lados, tem-se:

$$a_i = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n} .$$

A fórmula S_i funciona, porque todo triângulo possui 180° como soma de seus ângulos internos e, a partir de um vértice qualquer de um polígono convexo, pode-se traçar diagonais e formar triângulos. Por exemplo, na figura 4, cada vértice divide o pentágono em 3 triângulos, por isso a expressão $(n - 2) \cdot 180^\circ$ aparece na fórmula. Para calcular o valor de cada ângulo interno de um polígono regular, é preciso dividir a soma dos ângulos internos pelo número de lados do polígono, dessa forma a divisão por n aparece na fórmula do a_i .

Soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo: A soma das medidas dos ângulos externos S_e de qualquer polígono é igual a 360° . Ou seja,

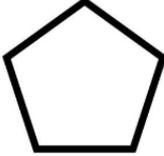
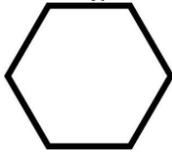
$$S_e = 360^\circ .$$

Medida do ângulo externo de um polígono regular: Sendo a_e a medida de cada ângulo externo de um polígono regular de n lados, tem-se:

$$a_e = \frac{360^\circ}{n} .$$

Independentemente do número de lados do polígono, a soma dos ângulos externos dele é sempre igual a 360° . Essa soma é 360° , porque é possível redesenhar os ângulos adjacentes e formar um círculo. Para calcular a medida de cada ângulo externo de um polígono regular, basta dividir 360° pelo número de lados do polígono, por isso a divisão por n aparece também na fórmula do a_e . Para compreender melhor as definições apresentadas nesta seção, foram escolhidos três polígonos regulares, a saber, quadrado, pentágono e hexágono e aplicadas as fórmulas d , S_i , a_i , S_e e a_e , conforme organizadas no quadro 1.

Quadro 1: Aplicações das fórmulas d, S_i, a_i, S_e e a_e

Polígono	d	S_i	a_i	S_e e a_e
Quadrado  $n = 4$	$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ $d = \frac{4 \cdot (4-3)}{2}$ $d = \frac{4 \cdot 1}{2}$ $d = \frac{4}{2} = 2$	$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$ $S_i = (4 - 2) \cdot 180^\circ$ $S_i = 2 \cdot 180^\circ$ $S_i = 360^\circ$	$a_i = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ $a_i = \frac{(4-2) \cdot 180^\circ}{4}$ $a_i = \frac{2 \cdot 180^\circ}{4}$ $a_i = \frac{360^\circ}{4}$ $a_i = 90^\circ$	$S_e = 360^\circ$ $a_e = \frac{360^\circ}{n}$ $a_e = \frac{360^\circ}{4}$ $a_e = 90^\circ$
Pentágono  $n = 5$	$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ $d = \frac{5 \cdot (5-3)}{2}$ $d = \frac{5 \cdot 2}{2}$ $d = \frac{10}{2} = 5$	$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$ $S_i = (5 - 2) \cdot 180^\circ$ $S_i = 3 \cdot 180^\circ$ $S_i = 540^\circ$	$a_i = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ $a_i = \frac{(5-2) \cdot 180^\circ}{5}$ $a_i = \frac{3 \cdot 180^\circ}{5}$ $a_i = \frac{540^\circ}{5}$ $a_i = 108^\circ$	$S_e = 360^\circ$ $a_e = \frac{360^\circ}{n}$ $a_e = \frac{360^\circ}{5}$ $a_e = 72^\circ$
Hexágono  $n = 6$	$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ $d = \frac{6 \cdot (6-3)}{2}$ $d = \frac{6 \cdot 3}{2}$ $d = \frac{18}{2} = 9$	$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$ $S_i = (6 - 2) \cdot 180^\circ$ $S_i = 4 \cdot 180^\circ$ $S_i = 720^\circ$	$a_i = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ $a_i = \frac{(6-2) \cdot 180^\circ}{6}$ $a_i = \frac{4 \cdot 180^\circ}{6}$ $a_i = \frac{720^\circ}{6}$ $a_i = 120^\circ$	$S_e = 360^\circ$ $a_e = \frac{360^\circ}{n}$ $a_e = \frac{360^\circ}{6}$ $a_e = 60^\circ$

Fonte: Elaborado pelos autores

Definição: Ladrilhamento no plano é o processo de cobrir o plano com figuras geométricas, sem sobreposições ou espaços vazios entre elas. Nessa técnica, as figuras geométricas são chamadas de ladrilhos.

Definição: Um ladrilhamento é dito bem-comportado se satisfaz as seguintes condições:

- (i) Os ladrilhos são polígonos regulares;
- (ii) A interseção de dois ladrilhos quaisquer é um lado inteiro ou um vértice ou vazia;
- (iii) A disposição cíclica de ladrilhos, em torno de cada vértice, é sempre a mesma.

A figura 5 é um ladrilhamento bem-comportado, pois satisfaz as três condições: é formado por hexágonos regulares, a interseção de dois hexágonos vizinhos é sempre um lado inteiro e ao redor de cada vértice temos sempre três hexágonos, ou seja, a disposição cíclica é sempre a mesma.

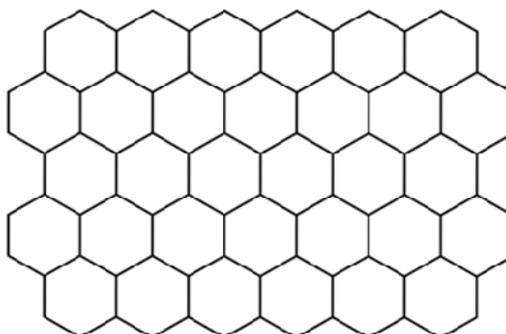


Figura 5: Exemplo de ladrilhamento bem-comportado
Fonte: Nascimento, 2021

A figura 6 apresenta um ladrilhamento que satisfaz as condições (i) e (iii) da definição, pois os ladrilhos são polígonos regulares e ao redor de cada vértice temos sempre três quadriláteros. Entretanto, os quadriláteros vizinhos não compartilham um lado inteiro, quebrando, portanto, a segunda condição. Portanto, o ladrilho da figura 6 não é bem-comportado. Da mesma forma, o ladrilho da figura 7 também não é bem-comportado, pois os polígonos do ladrilhamento não são regulares, os ladrilhos vizinhos não compartilham um lado inteiro e o ladrilhamento possui distribuições diferentes de ladrilhos ao redor dos seus vértices, não atendendo, dessa forma, as três condições.

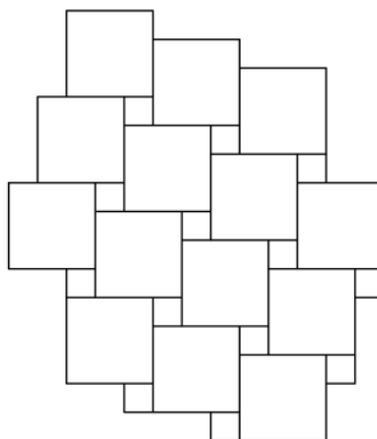


Figura 6: Exemplo de ladrilhamento que não é bem-comportado
Fonte: Nascimento, 2021

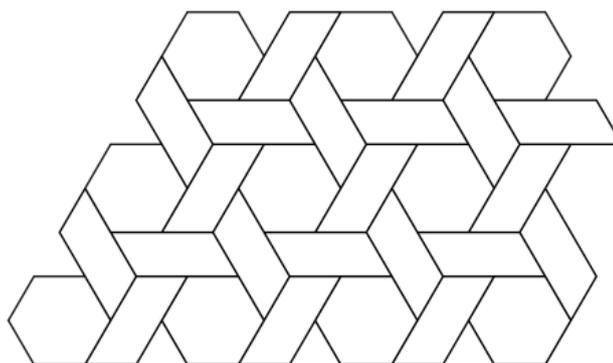


Figura 7: Exemplo de ladrilhamento que não é bem-comportado
Fonte: Nascimento, 2021

Para determinar o tipo de um vértice de um ladrilhamento, é preciso dar uma volta ao redor do vértice no sentido horário ou anti-horário e anotar, e observar na ordem em que aparecem, o número de lados dos polígonos que se distribuem em torno dele. Nesse sentido, quando os vértices de um ladrilhamento são de um mesmo tipo, então o padrão do ladrilhamento é o tipo de cada vértice.

Definição: Um ladrilhamento bem-comportado é regular quando ele é formado por ladrilhos congruentes entre si.

Definição: Um ladrilhamento bem-comportado é semirregular quando ele é formado por mais de um tipo de ladrilho ou polígono.

Na figura 5, ao redor de cada vértice contém três hexágonos, portanto o padrão é 6,6,6. Além disso, o ladrilhamento é regular, pois é formado apenas por um tipo de polígono regular que é o hexágono. Por outro lado, na figura 8, ao redor de cada vértice contém um triângulo, dois quadrados e um hexágono, portanto o padrão é 3, 4, 6, 4 ou 4, 6, 4, 3 ou 6, 4, 3, 4 ou 4, 3, 4, 6, vai depender do polígono que será escolhido como ponto de partida. E, na figura 9, ao redor de cada vértice contém um quadrado e dois octógonos, dessa forma o padrão é 4, 8, 8 ou 8, 8, 4 ou 8, 4, 8. Ambos são semirregulares, pois são formados por mais de um polígono regular.

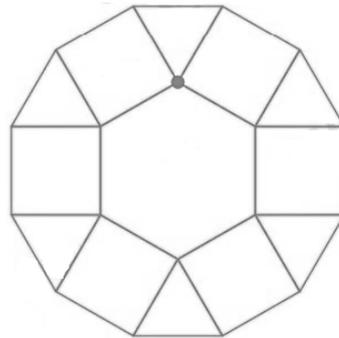


Figura 8: Exemplo de ladrilhamento bem-comportado
Fonte: Elaborada pelos autores

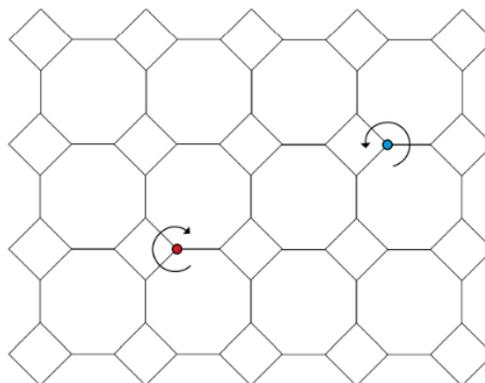


Figura 9: Exemplo de ladrilhamento bem-comportado
Fonte: Dias e Sampaio, 2013



2. Percurso metodológico

A pesquisa foi realizada em uma turma do nono ano do ensino fundamental de uma escola da rede estadual da Bahia do município de Itabuna. A escola é de tempo integral e o currículo é dividido em duas partes: as disciplinas da base comum e as disciplinas diversificadas. Os alunos dessa turma têm aula de Matemática duas vezes na semana, sendo duas em cada dia, totalizando 4 aulas semanais. Foi informado previamente aos estudantes que nas próximas aulas, uma proposta de atividade usando um conteúdo de Geometria seria realizada.

A metodologia dessa pesquisa tem uma abordagem qualitativa e o desenvolvimento ocorreu em quatro etapas, sendo que cada uma correspondeu a um dia de aula diferente. Na primeira, foi realizada uma aula expositiva com o uso da TV, com o intuito de abordar as principais propriedades dos polígonos regulares, como conceitos, elementos e classificações. Além disso, foi feita também uma explanação sobre as suas aplicações, com ênfase no ladrilhamento, destacando também a sua definição, tipos, padrões e como se manifesta no cotidiano, tanto na natureza como nos artesanatos e construções.

Na segunda etapa, a sala foi dividida em seis grupos. Nesse momento, foi explicado que na aula seguinte, cada grupo produziria um ladrilhamento no plano usando polígonos e que deveria respeitar as seguintes exigências: usar somente polígonos regulares como triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, octógono e dodecágono; ter no mínimo dois polígonos, de preferência com cores diferentes; não poderia ter lacunas ou sobreposições na disposição; o plano utilizado seria uma cartolina branca; o ladrilhamento teria que dispor toda a cartolina e o grupo deveria trazer todos os materiais para a confecção como caneta, lápis, borracha, régua, transferidor, esquadro, tesoura, cola e papéis coloridos. A escolha do tipo de papel ficou a critério de cada grupo. Foram dadas algumas sugestões como EVA, ofício colorido, papel cartão, cartolina simples, cartolina dupla face, papel madeira branco ou marrom. Além disso, a escola disponibilizou alguns materiais para os grupos que não puderam comprar.

Na terceira etapa, cada grupo recebeu os moldes dos polígonos regulares descritos acima. A partir dos moldes, os alunos puderam confeccionar a quantidade de determinados polígonos que fosse suficiente para fazer o ladrilhamento e preencher a cartolina. Todo o processo foi realizado nessa etapa, desde os desenhos e recortes dos polígonos por meio dos moldes até a colagem. A tarefa em grupo permitiu a divisão do trabalho entre os integrantes da equipe, otimizando, dessa forma, todo o processo de produção. A quarta e última etapa foi a exposição do trabalho final. No primeiro momento, cada grupo se reuniu para responder os seguintes questionamentos:

1. Quais polígonos foram utilizados no ladrilhamento produzido pelo grupo e quantos vértices, arestas e ângulos internos tem cada um deles?
2. Usando a fórmula da medida do ângulo interno, determine o valor do ângulo interno de cada polígono utilizado no ladrilhamento;
3. Usando a fórmula da soma dos ângulos internos, determine a soma dos ângulos internos de cada polígono utilizado;
4. O ladrilhamento é regular ou semirregular? É bem-comportado? Justifique as duas respostas;



5. Qual o padrão do ladrilhamento construído pelo grupo?

Após a discussão e resolução do questionário, cada grupo teve um momento de apresentação, no qual permitiu mostrar às demais equipes como ficou o ladrilhamento confeccionado, a função de cada integrante no processo de construção e quais foram as dificuldades encontradas pelo grupo. Além disso, eles puderam expor abertamente as respostas apresentadas no questionário, permitindo a intervenção do professor e dos colegas, a fim de esclarecer as possíveis dúvidas e aprofundar os conhecimentos.

Diante do que foi mostrado, o processo de avaliação foi com base: na participação do aluno durante todo o processo, desde a primeira etapa até última; na estética do trabalho, principalmente com relação aos recortes e colagens; no respeito às exigências estabelecidas na segunda etapa; nas discussões e respostas do questionário realizado pelo grupo e na apresentação do trabalho produzido por cada equipe. A seguir, serão apresentados os resultados e discussões obtidos durante a aplicação da pesquisa.

4. Resultados e discussões

A partir da revisão de literatura e dos procedimentos metodológicos que foram adotados ao longo da pesquisa, nota-se o quanto é importante diversificar as aulas de Matemática, trazendo metodologias que possibilitem uma aprendizagem mais ativa dos conteúdos trabalhados, principalmente no que se refere aos da Geometria, já que é um campo pouco estudado ao longo do ano letivo e tão importante nas avaliações externas realizadas pelo aluno durante a sua vida escolar.

Na seção anterior, foi informado que a aplicação da pesquisa ocorreu em quatro etapas. Primeiramente, foi realizada uma aula expositiva do conteúdo envolvido e teve como recurso o uso da TV e do pen drive. Nela foi possível explorar muitos conceitos importantes como definição de polígonos regulares, seus elementos como vértices, arestas, diagonais, ângulos internos e ângulos externos, algumas propriedades como as medidas dos ângulos internos e externos, números de diagonais e soma dos ângulos internos e externos, assim como a nomenclatura dos polígonos. Além disso, foi abordada a definição de ladrilhamento e seus tipos como regular, semirregular e bem-comportamento e como definir o padrão, além de imagens mostrando as suas diversas aplicações.



FIGURA 10: Registro da aula expositiva
FONTE: Acervo dos autores

Antes da primeira etapa, foi feita uma sondagem para saber os conhecimentos dos alunos com relação aos conteúdos que seriam abordados e foi observado que alguns nunca tinham estudado polígonos. Outros tiveram um contato de forma muito superficial, pois não conseguiram informar as principais características e a nomenclatura de alguns polígonos conhecidos. Ainda convém destacar que na realização da primeira etapa, muitos conseguiram notar as formas geométricas na natureza e nas construções, mas não tinham ideia de que poderia se tratar de um ladrilhamento, pois esse conceito nunca tinha sido visto por nenhum aluno da turma. Durante toda a aula, os estudantes fizeram vários questionamentos e participaram de forma positiva, tornando a aula expositiva muito relevante, pois permitiu que os alunos aprofundassem os conhecimentos relativos a esse conteúdo e compreendessem a noção de ladrilhamento e suas características.

A segunda etapa foi um momento mais organizacional. Os alunos puderam se reunir em grupos para tomar as decisões referentes à atividade posposta, dividir os materiais que cada aluno da equipe ficaria responsável em trazer e qual seria a função de cada um no processo de confecção. Nessa etapa, os alunos não puderam usar o celular, pois deveriam definir previamente, por meio de rascunhos e tentativas, como seria o padrão do ladrilhamento que cada grupo iria confeccionar. Nesse momento, os grupos estavam motivados a encontrar um padrão que pudesse usar vários tipos de polígonos. Apesar disso, em muitos casos, não foi possível, pois perceberam que não respeitavam as propriedades estudadas na aula anterior.

Na terceira etapa, todas as equipes receberam uma cópia dos moldes contendo um triângulo equilátero, um quadrado, um pentágono regular, um hexágono regular, um octógono regular e um dodecágono regular, conforme a figura abaixo. A impressão foi feita em folha de papel ofício. Os grupos fizeram os recortes para separar os polígonos e assim puderam criar a quantidade necessária para desenvolver o trabalho.

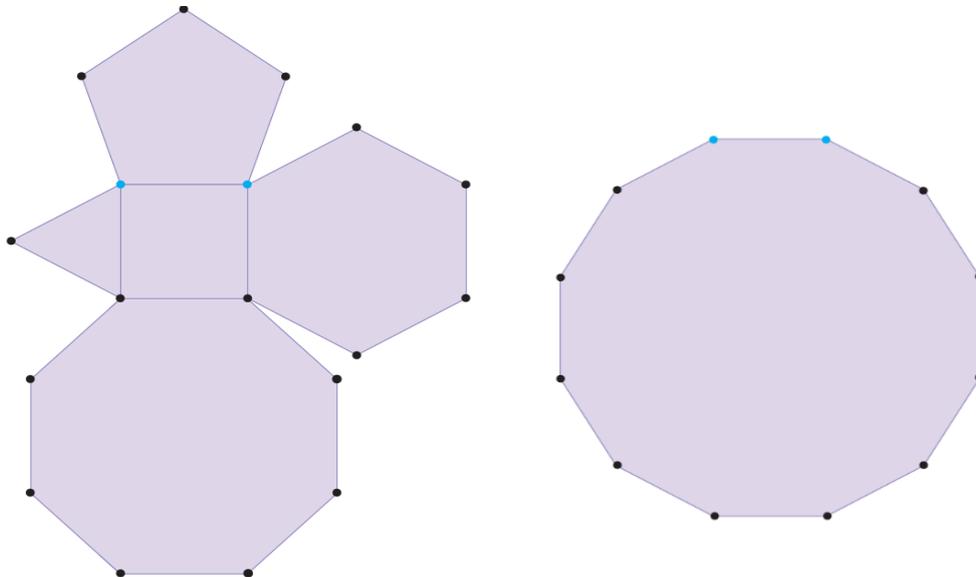


FIGURA 11: Padrões para a feitura dos moldes para a construção de ladrilhos nos formatos do triângulo equilátero, do quadrado, do pentágono regular, do hexágono regular, do octógono regular e dodecágono regular

FONTE: Dias e Sampaio, 2013

A partir desses moldes, eles puderam confeccionar a quantidade de polígonos suficiente para dispor no plano da cartolina. Em todos os grupos, foi possível notar a participação dos alunos na produção. Enquanto alguns componentes elaboravam os desenhos com os moldes, outros cortavam e outros colavam. O trabalho em equipe foi fundamental, pois possibilitou uma alta produtividade e agilidade no processo, além das trocas de ideias, estímulo ao raciocínio e criatividade e o exercício da comunicação e resolução de problemas.

Como foi informado nos procedimentos metodológicos, a sala foi dividida em seis grupos. Nas imagens a seguir, são apresentados alguns registros da etapa de produção. Nesse dia, os componentes de cada equipe se reuniram e puderam realizar as atividades de forma colaborativa e participativa. Todas as equipes trouxeram os materiais necessários para a realização da proposta de atividade

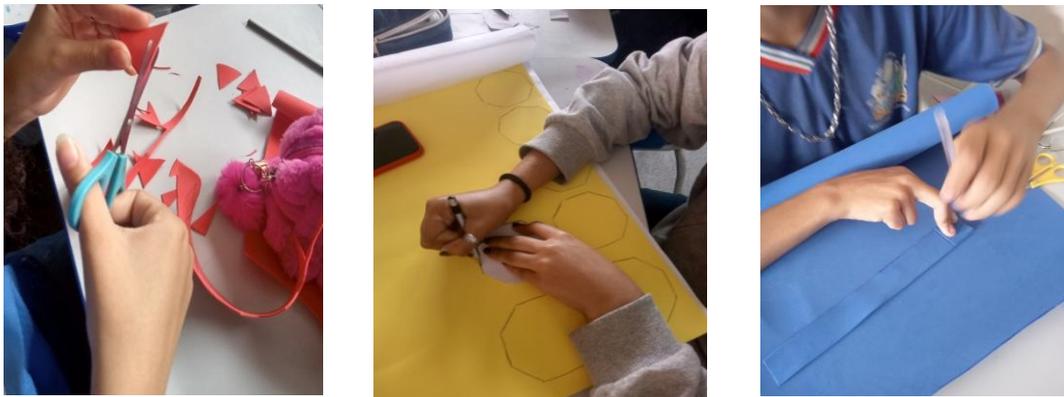


FIGURA 12: Registros da elaboração do ladrilhamento do grupo 1
FONTE: Acervo dos autores

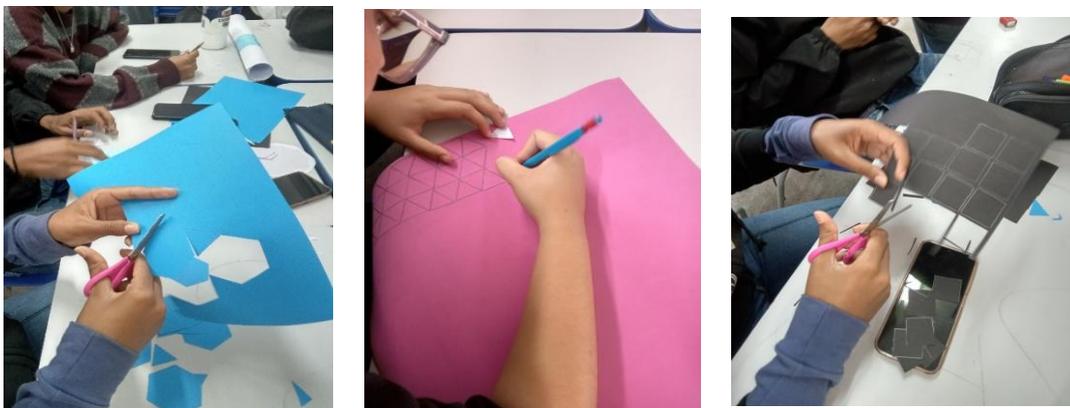


FIGURA 13: Registros da elaboração do ladrilhamento do grupo 2
FONTE: Acervo dos autores

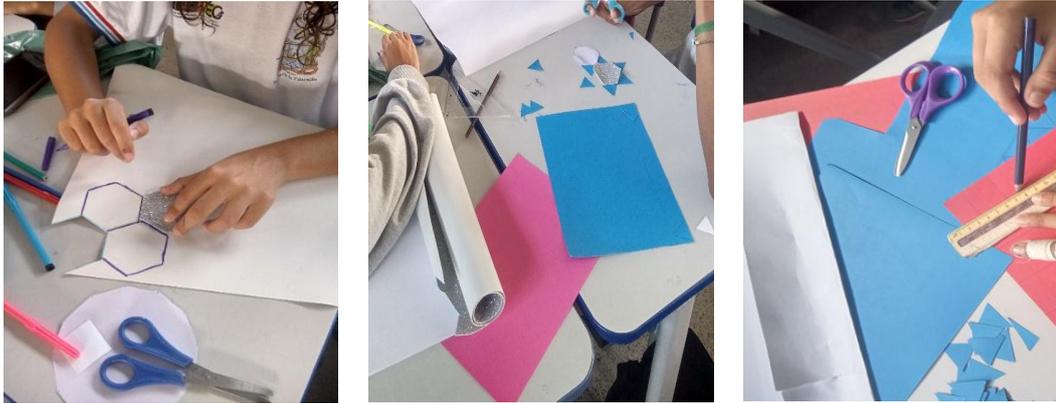


FIGURA 14: Registros da elaboração do ladrilhamento do grupo 3
FONTE: Acervo dos autores



FIGURA 15: Registros da elaboração do ladrilhamento do grupo 4
FONTE: Acervo dos autores

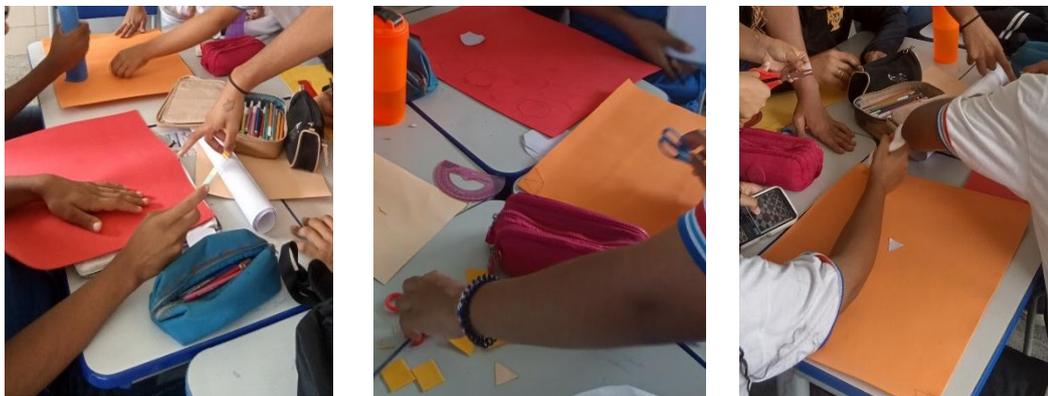


FIGURA 16: Registros da elaboração do ladrilhamento do grupo 5
FONTE: Acervo dos autores

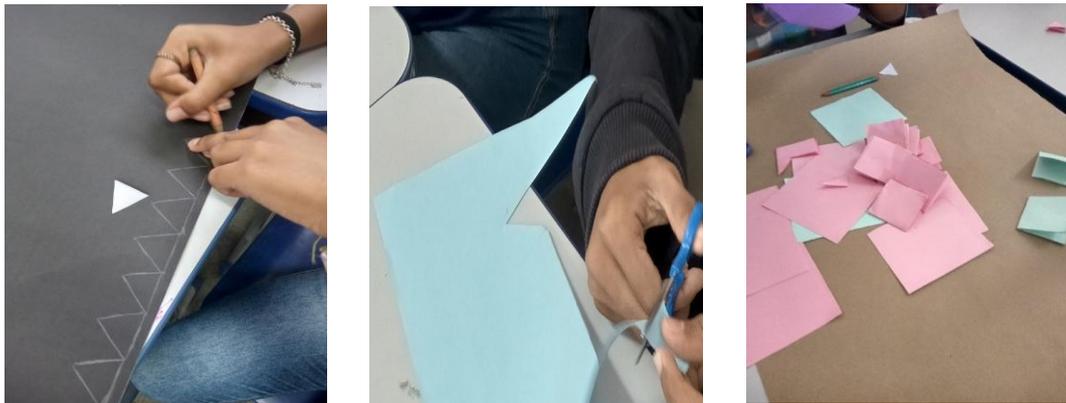


FIGURA 17: Registros da elaboração do ladrilhamento do grupo 6
FONTE: Acervo dos autores

As seis figuras acima mostram o processo de produção do grupo 1, grupo 2, grupo 3, grupo 4, grupo 5 e grupo 6, respectivamente. Nessa etapa, muitos alunos apresentaram dificuldades em habilidades simples, como decalcar, recortar e colar. Apesar dos entraves, foi possível perceber que a produção em equipe permitiu uma colaboração efetiva entre os integrantes, pois os alunos trabalharam juntos a fim de alcançar o mesmo objetivo, desenvolvendo a tolerância em relação as dificuldades dos seus colegas e aceitação das próprias limitações.

Na quarta e última etapa, os grupos puderam mostrar o resultado da produção. No primeiro momento, eles responderam um questionário envolvendo os conceitos e propriedades dos polígonos e ladrilhamento. Cada equipe respondeu de forma isolada, sem comunicação entre os grupos e sem o uso de qualquer recurso didático, como livro e caderno, ou tecnológico, como notebook e celular. A intenção desse momento foi observar se os conceitos e propriedades foram assimilados pelas equipes e se a aprendizagem ocorreu de forma mais eficiente. Como foi informado no percurso metodológico, as questões foram as seguintes:

1. Quais polígonos foram utilizados no ladrilhamento produzido pelo grupo e quantos vértices, arestas e ângulos internos tem cada um deles?
2. Usando a fórmula da medida do ângulo interno, determine o valor do ângulo interno de cada polígono utilizado no ladrilhamento;
3. Usando a fórmula da soma dos ângulos internos, determine a soma dos ângulos internos de cada polígono utilizado;
4. O ladrilhamento é regular ou semirregular? É bem-comportado? Justifique as duas respostas;
5. Qual o padrão do ladrilhamento construído pelo grupo?

A tabela 2 mostra a visão geral das respostas do questionário. De acordo com a resposta de cada questão, foi feita uma avaliação dando um parecer de correta, quando o grupo acertou 100% da questão, incorreta quando o grupo errou 100% da questão e parcialmente correta (PC), quando o grupo acertou acima de 0% e abaixo de 100% da questão.



Tabela 2: Visão geral das respostas do questionário

GRUPO	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
1	Correta	Correta	Correta	Incorreta	Incorreta
2	Correta	Correta	Correta	Correta	Correta
3	Correta	Correta	Correta	Correta	Correta
4	Correta	PC	PC	Correta	Correta
5	Correta	Correta	Correta	Correta	Correta
6	Correta	Correta	Correta	Correta	Correta

Fonte: Elaborada pelos autores

A questão 1 foi respondida corretamente por todos os grupos. É uma questão que não envolvia cálculo, pois os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados (arestas), que conseqüentemente é igual ao número de vértices e ao número de ângulos internos. Portanto, todos os grupos conseguiram escrever corretamente o nome de cada polígono que foi utilizado e a quantidade de cada elemento correspondente.

As questões 2 e 3 envolviam a fórmula da medida do ângulo interno de um polígono regular e a fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono regular, respectivamente. O quarto grupo se equivocou nas duas questões ao tentar encontrar a medida do ângulo e a soma dos ângulos internos do dodecágono, um dos polígonos utilizados. E o primeiro grupo errou as questões 4 e 5, pois não classificou o ladrilhamento como regular ou semirregular e não percebeu que o ladrilhamento confeccionado não era bem-comportado (ver figura 15). Conseqüentemente, erraram o padrão, e, portanto, a questão 5.

Diante das respostas fornecidas por cada grupo, percebe-se que os grupos 2, 3, 5 e 6 tiveram um aproveitamento de 100% do questionário, pois acertaram todas as questões. Já o grupo 1 teve um aproveitamento de 60%, pois erraram duas questões de um total de cinco, perdendo 40% do aproveitamento geral e sendo o único grupo que errou totalmente uma questão. O grupo 4 acertou parcialmente duas das cinco questões respondidas e respondeu corretamente três questões, tendo um aproveitamento de 80% do questionário. A tabela 3, mostra a média de aproveitamento de cada questão, de acordo com as respostas fornecidas pelos grupos.

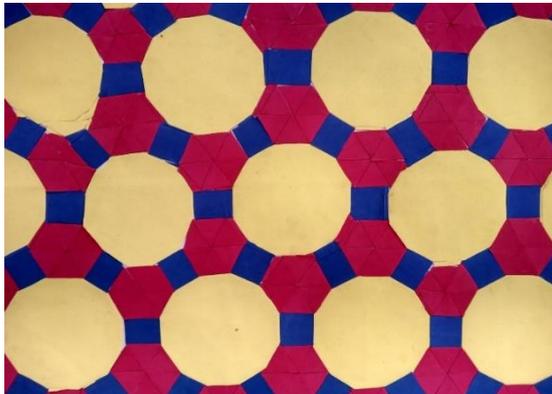
Tabela 3: Visão geral das respostas do questionário

Questão	Média de aproveitamento por questão
1	100%
2	92%
3	92%
4	83%
5	83%

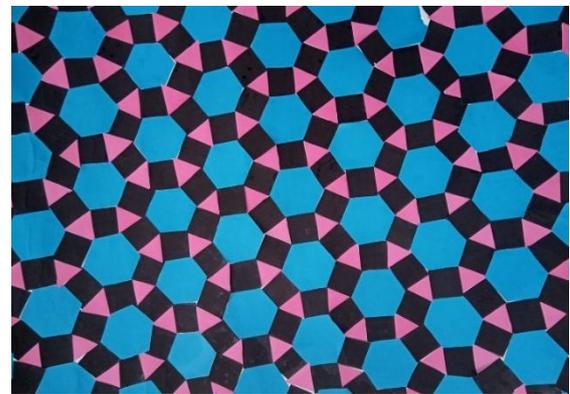
Fonte: Elaborada pelos autores

É possível observar pela tabela acima que a média de aproveitamento de cada questão ficou acima de 80%, fornecendo um resultado muito satisfatório, tendo em vista que as questões foram resolvidas sem recurso didático ou tecnológico. Além disso, somente um grupo teve um aproveitamento abaixo de 80%. Apesar da atividade ter sido em conjunto, foi perceptível o

envolvimento de todos os alunos da equipe na realização da tarefa. Os alunos foram informados previamente que no dia da apresentação eles responderiam o questionário sobre os conteúdos abordados, então isso permitiu que os estudantes revisassem todos conceitos e fórmulas que foram discutidos na aula expositiva. A figura 18 apresenta os registros do ladrilhamento de cada equipe expostos na última etapa da atividade.



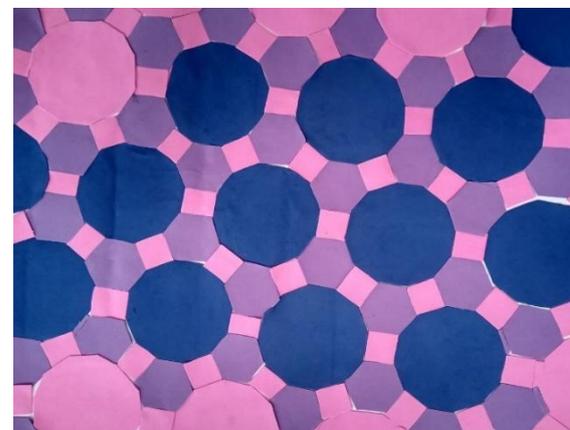
(a)



(b)



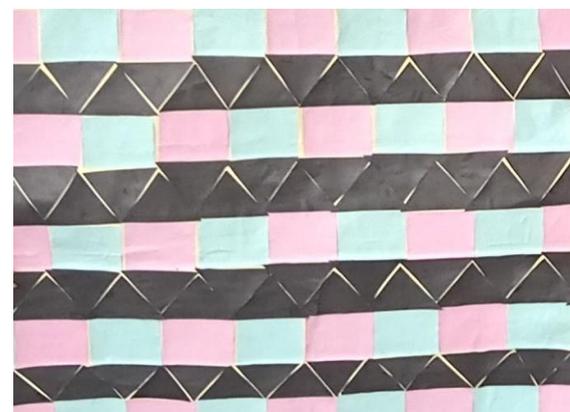
(c)



(d)



(e)



(f)

FIGURA 18: Ladrilhamento do grupo 1 (a), grupo 2 (b), grupo 3 (c), grupo 4 (d), grupo 5 (e) e grupo 6 (f)
FONTE: Acervo dos autores



Na figura acima, nota-se que o grupo 1 escolheu um ladrilhamento com triângulos, quadrados e dodecágono. Esse tipo não é bem-comportado, pois a configuração ou disposição cíclica de ladrilhos não é sempre a mesma, em torno de cada vértice, ferindo então a terceira condição. Por outro lado, o grupo 4 fez um ladrilhamento parecido, mas usaram quadrados, hexágonos e dodecágonos. Nesse tipo, o comportamento é o mesmo em torno de cada vértice, portanto é bem-comportado.

O grupo 2 usou triângulos, quadrados e hexágonos, assim como o grupo 5. Os grupos 3 e 6 usaram apenas dois tipos de polígonos: o terceiro grupo usou triângulos e hexágonos, enquanto o sexto grupo usou triângulos e quadrados. Em todos os resultados é possível observar alguns espaços vazios ou remendos, afetando diretamente a parte estética dos ladrilhamentos. Isso aconteceu, devido à falta de precisão para decalcar os moldes, fazer os recortes e as colagens dos polígonos na cartolina. Essas foram as dificuldades que todos os grupos tiveram durante o processo de produção, inclusive elas foram sinalizadas por cada equipe durante as apresentações.

Apesar dos entraves e das dificuldades apresentadas, o resultado foi muito satisfatório, porque ocorreu uma participação ativa dos estudantes durante todas as quatro etapas da aplicação da atividade. Além disso, foi possível trabalhar o conteúdo de polígonos usando uma técnica mais dinâmica e motivadora, todos os grupos conseguiram cumprir as tarefas propostas na produção do ladrilhamento, desde a definição do padrão até a apresentação e todas as equipes alcançaram uma nota acima da média na resolução do questionário, sendo que quatro grupos tiveram um aproveitamento de 100% das questões.

Considerações finais

A pesquisa apresentada nesse trabalho referiu-se a uma análise de uma proposta de atividade realizada em uma turma do nono ano do ensino fundamental que consistiu no estudo do conteúdo de polígonos regulares usando a técnica de ladrilhamento. Para isso, a proposta foi planejada dividindo todo o percurso didático em quatro etapas: a primeira etapa consistiu em uma aula expositiva, a segunda consistiu na organização do trabalho, a terceira na construção do ladrilhamento e a quarta e última etapa na apresentação e na resolução e discussão do questionário.

Diante do que foi apresentado e discutido ao longo da pesquisa, é possível evidenciar que trabalhar os conteúdos da Geometria, como os polígonos regulares, com uma abordagem mais ativa permite aos alunos o protagonismo no processo de aquisição de conhecimentos. A técnica de ladrilhamento pode ser utilizada para trabalhar esse conteúdo de forma mais manipulável e possibilitar um trabalho mais investigativo, exploratório e que permita a aprendizagem dos conceitos, elementos e propriedades dos polígonos regulares de forma mais interessante e significativa.

As Metodologias Ativas nas aulas de Matemática podem possibilitar aos alunos uma participação protagonista no processo de ensino e aprendizagem. A atividade que foi proposta, promoveu o envolvimento dos estudantes, possibilitando a construção ativa de entendimento e crescimento de capacidades cognitivas e sociais. Dessa forma, as abordagens de Metodologias Ativas, aplicadas no desenvolvimento da atividade, consistiram no ensino colaborativo e na



aprendizagem cooperativa, visto que os alunos foram estimulados a usarem as suas habilidades e contribuições individuais na equipe, além de permitir aos alunos uma colaboração recíproca na discussão e resolução dos problemas propostos nas equipes.

Como trabalhos futuros, propõe-se a implementação do *software* GeoGebra como recurso didático e tecnológico nessa proposta de atividade. Ele pode ser utilizado, principalmente, para determinar o padrão de ladrilhamento que será construído manualmente e trabalhar, dessa forma, as relações dos registros de representação dos objetos geométricos de forma mais dinâmica, além de permitir a conexão promissora das Metodologias Ativas e das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Referências

- BARBOSA, S. M. C. **Uso da sala de aula invertida no contexto educacional do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Piúma**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação, Salvador, 2023.
- BATISTA, Joacildo Pimentel. **O emprego da metodologia ativa Peer Instruction aliada ao GeoGebra no ensino da geometria na educação básica**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria -RS. 2024.
- BRASIL, gutemberg leão *et al.* Um panorama sobre a utilização da modelagem matemática no ensino da geometria / An overview of the use of mathematical modeling in geometry education. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, p. 76537-76553, 2021.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais** para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF.1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- COSTA, André Pereira da. **A geometria na educação básica: um panorama sobre o seu ensino no Brasil**. ISSN 1981 8979v.9, n.1, janeiro / abril 2020.
- CRUZ, Antoniel Neves, PAULA, Marlúbia Corrêa de e SILVA, Flaviana dos Santos. Tecnologias digitais e metodologias ativas no ensino de matemática: mapeamento documental. **REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 12, e24043, jan./dez., 2024.
- CRUZ, Keyte Rocha da. A importância da geometria no processo ensino aprendizagem: uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática. **Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, v.4, p.108-116, 2022. ISSN: 2764-1368.
- DIAS, Cláudio Carlos; SAMPAIO, João Carlos Vieira. **Desafio Geométrico: módulo I**. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013. Curso de especialização para professores do ensino de matemática.
- FRAGA, Marcio da Silva. **A Importância do ensino da Geometria no Ensino Fundamental**. 2021. 21 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) – Universidade Federal de Uberlândia, Araxá, 2021.



GIOVANNI JÚNIOR, Jose Ruy. **A conquista da Matemática**, 8º ano, ensino fundamental, anos final. 1ª edição, São Paulo. FTD. 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, Jose Ruy. **A conquista da Matemática**, 9º ano, ensino fundamental, anos final. 1ª edição, São Paulo. FTD. 2022.

GOULART, Laura Barbosa. **Conhecimento de geometria de participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência e Programa Residência Pedagógica da Universidade Federal de Uberlândia: um olhar**. 50 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2023.

MARTINS, Josiane Martins. **Ladrilhamento no plano: uma experiência de engenharia didática**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Pampa. Bagé. 2021.

MORAN, Mariana *et al.* O ensino da Geometria: entrevista com a professora Regina Maria Pavanello. **Educação Matemática em Revista**. Brasília, V. 28, n. 79, p.01-11, abr./jun. 2023

NASCIMENTO, Larissa Loiola do. **Ladrilhamentos regulares e semirregulares do plano**. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos-CP. 2021.

OLIVIERI, Carlos Eduardo e ZAMPIN, Ivan Carlos. A importância das aplicações das metodologias ativas em sala de aula. **Revista Educação em Foco** – Edição nº 16 – Ano: 2024.

RAMOS, Laine Silva *et al.* O jogo como recurso pedagógico para o ensino de geometria refletido nas comunicações científicas do enem. **Retem -Revista Tocantinense de Educação Matemática**, Arraias, v. 2, e 24005, jan./dez., 2024.

RIBEIRO, Jocilene Pupo; BRANDALISE, Mary Ângela Teixeira. Conhecimento especializado para ensinar geometria face à BNCC: o que revela a autoavaliação de professores. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, Brasil, v.13, n.30, p.93-116, jan.-abr. 2024.

SANTOS, A. O. (org.) ; OLIVEIRA, G. S. (org.) ; CARDOSO, M. R. G. (org.). **O Ensino de Matemática: teorias, práticas e fundamentos metodológicos**. 1. ed. Uberlândia: FUCAMP, 2023. 107p.

SANTOS, Simone Maria Ferreira dos; LEAL, Débora Araújo. O Ensino de Matemática no Brasil com ênfase na Geometria. **Brazilian Journal of Development**. Curitiba, v.7, n.1, p.10647-10662 Jan.2021.

SILVA, André Antonio Pereira da; MACHADO, Daniela. **Construção de Poliedros na Prática**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2023.

SILVA, Rodrigo dos Reis *et al.* Avaliação no ensino de geometria: relatos de uma experiência interdisciplinar na formação inicial de professores. **REVASF**, Petrolina-Pernambuco -Brasil, vol. 14, n.34, p. A1 01-32, Agosto, 2024. ISSN: 2177-8183.

SOUZA, Danielle Santos de; MATTOS, Francisco Roberto Pinto. A importância da visualização no ensino de geometria. **Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura**. Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (Cap - UERJ). V. 13 – N. 31 – Janeiro- Junho de 2024 – ISSN 2316 – 9303.



SOUZA, Denize da Silva. Problemática do ensino de geometria: desafios, possibilidades e experiências. **Caminhos da educação matemática em revista (online)/IFS** | v. 11, n. 3, ISSN 2358-4750. 2021.

VAZ, Paloma Nogueira e LOPO, Alexandre Boleira. Desafio geométrico: da experimentação à aprendizagem do conceito de polígonos regulares. **Revista Scientia**, Salvador, v. 8, n. 2, p. 101-118, maio/ago. 2023.

VENTOSO, J. P. Admirando a Geometria na natureza. **PrevisãoEstendida.net**, 2024. Disponível em: [Admirando a geometria na natureza | PrevisãoEstendida.net](#). Acesso em: 01 de nov. de 2024.