



Aprimorando o ensino de probabilidade no 9º ano: o Jogo dos Discos como ferramenta educacional

Improving probability teaching in 9th grade: the Disc Game as an educational tool

ALEX SANDRO SANTOS SILVA¹

ALLANDERSON LEANDER SOUZA DA LUZ²

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo avaliar como o uso do Jogo dos Discos nas aulas de matemática pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de probabilidade no 9º ano do ensino fundamental. O alicerce teórico se baseia em autores que tratam da experimentação e do uso do ladrilhamento nas aulas de matemática. A metodologia empregada no presente trabalho segue a abordagem qualitativa, uma vez que o problema de pesquisa foi investigado seguindo uma análise descritiva e explicativa dos significados expressos pelos sujeitos envolvidos. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental em um colégio público da rede estadual de ensino da Bahia. A coleta de dados aconteceu por meio de uma pesquisa de campo por levantamento de caráter descritivo. A análise foi realizada a partir de Jogo dos Discos, de acordo com as respostas dadas por cada estudante que participou desta pesquisa e também do questionário anteriormente aplicado. Os principais resultados destacam a importância desta pesquisa, mostrando que a utilização do Jogo dos Discos para o ensino da probabilidade geométrica é eficaz e apresentou uma maior compreensão, atenção e interesse de estudantes, podendo ser uma ótima ferramenta lúdica para o ensino da matemática.

Palavras-chave: Teoria dos jogos; Atividade lúdica; Probabilidade.

ABSTRACT

This research aims to evaluate how the use of the Disk Game in math classes can contribute to teaching and learning probability in 9th grade of elementary school. The theoretical foundation is based on authors who discuss experimentation and the use of tiling in math classes. The methodology employed in this study follows a qualitative approach, as the research problem was investigated through descriptive and explanatory analysis of the meanings expressed by the participants. The research was conducted in a 9th grade class at a public school in the state education network of Bahia. Data collection occurred through a field survey of a descriptive nature. The analysis was carried out based on the Disk Game, according to the responses given by each student who participated in this research and also the previously administered questionnaire. The main results highlight the importance of this research, showing that the use of the Disk Game for teaching geometric probability is effective and demonstrated greater comprehension, attention, and interest from students, potentially serving as an excellent educational tool for teaching mathematics.

Key-words: Game theory; Playful activity; Probability.

¹ Discente do curso de Especialização em Ensino de Matemática – Matemática na Prática. Contato: asandrossilva846@gmail.com

² Mestre em Educação Científica, Inclusão e Diversidade. Contato: allandersonluz@ifba.edu.br



Introdução

É possível observar o quanto o ensino de matemática passou e ainda vem passando por diversas transformações, tanto em sua relação com outras áreas do conhecimento quanto nas práticas pedagógicas aplicadas no cotidiano das salas de aula. Essas alterações refletem não apenas as evoluções tecnológicas e científicas, mas também a crescente compreensão sobre a importância desta ciência como uma ferramenta essencial para a vida moderna.

A matemática não deve ser vista apenas como um conjunto de fórmulas e operações abstratas, mas sim como uma disciplina fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico e da resolução de problemas. Dentro deste contexto, o ensino de probabilidade, um dos ramos mais antigos e fascinantes da matemática, se destaca por sua importância em entender e prever eventos aleatórios, desde jogos didáticos até situações cotidianas. Este conteúdo desenvolve habilidades críticas de raciocínio e é essencial para a tomada de decisões informadas em diversas áreas do conhecimento.

Segundo Bortolossi (2006), a teoria da probabilidade evoluiu ao longo dos séculos, ampliando seu uso além dos jogos de azar para se tornar fundamental em campos como medicina, economia e política. Esta expansão destaca como a probabilidade influenciou diversas áreas do conhecimento, refletindo mudanças significativas no ensino e aplicação deste conceito ao longo da história. Sendo assim, a abordagem pedagógica para ensinar probabilidade deve, portanto, ir além da mera memorização de fórmulas, integrando-se de forma prática e contextualizada para engajar estudantes e facilitar a compreensão profunda dos conceitos envolvidos.

Mesmo com inúmeros avanços, quando se trata do ensino e a aprendizagem de matemática na educação básica, em especial no ensino fundamental, alguns estudos apontam a existência de diversos entraves no processo de aprendizagem deste conteúdo matemático, restringindo-se a mera memorização de fórmulas sem que estudantes tenham o entendimento das propriedades e conceitos envolvidos (Batanero, 2005; Borba, 2011; Skovsmose, 2014).

De acordo com Silva, De Souza e De Medeiros (2020), os conteúdos devem ter relevância social no que diz respeito à aprendizagem matemática, propiciando os conhecimentos essenciais para todo e qualquer cidadão, sendo conectados entre si e articulados de maneira interdisciplinar com outras áreas do conhecimento. Sendo assim, a aprendizagem matemática, em especial a dos conteúdos de probabilidade, deve compreender a resolução de problemas – sejam eles reais ou simulados – com a apropriação de conceitos da disciplina que possa ser aplicado em qualquer situação do cotidiano.

A utilização de jogos matemáticos no ensino de probabilidade é uma estratégia que pode tornar a aprendizagem mais envolvente e lúdica. Práticas pedagógicas como estas permitem que discentes experimentem conceitos abstratos deste conteúdo de maneira concreta e divertida, facilitando a compreensão e a aplicação dos princípios probabilísticos. Além disso, os jogos promovem a interação social e o trabalho em equipe, habilidades essenciais para o



desenvolvimento integral de estudantes. Ao incorporar jogos matemáticos no currículo, docentes podem criar um ambiente de aprendizagem dinâmico que desperte o interesse de suas turmas e reforça a importância desta ciência em situações cotidianas (Skovsmose, 2014).

Diversos autores discutem como os jogos, brincadeiras, e atividades lúdicas de uma maneira geral exercem um papel fundamental para o desenvolvimento de estudantes em seus mais diversos aspectos, tais como as áreas cognitiva, afetiva, social e moral (Grando, 2004; Albuquerque, 2015; Cardoso, 2018). Estes autores afirmam que os jogos estimulam a memória, a observação e a estratégia, ajudam no desenvolvimento social e pessoal de discentes e podem contribuir de forma articulada para o desenvolvimento das capacidades matemáticas.

O presente trabalho foi elaborado através da participação de estudantes de uma escola localizada na cidade de Nova Itarana, Bahia. Este estudo mostra na prática o Jogo dos Discos, uma atividade pedagógica que utiliza discos lançados sobre um piso quadriculado para ensinar conceitos de probabilidade. A pesquisa aconteceu em duas aulas e teve como objetivo como o uso do Jogo dos Discos nas aulas de matemática pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de probabilidade no 9º ano do ensino fundamental. Ao final da aplicação do Jogo dos Discos, cada estudante que participou da pesquisa respondeu um questionário que buscava compreender as percepções e opiniões sobre o jogo e também sobre este o ensino e a aprendizagem e probabilidade. A seguir trazemos uma breve discussão teórica sobre o ensino de probabilidade através do Jogo dos Discos.

1. Probabilidade: enfrentamentos e possibilidades

Em um mundo onde diversas informações circulam e apresentam mudanças contínuas, faz-se importante uma avaliação sobre a eficácia das práticas pedagógicas utilizadas para ensinar e aprender matemática. É marcante a presença e o nível de significância que essa ciência tem em nosso cotidiano, sendo indispensável que docentes estejam aptos a redescobrir novas maneiras simples e dinâmicas de ensiná-la na sala de aula.

Para Skovsmose (2014), atividades que estimulam discentes a pensarem criticamente promovem o desenvolvimento de habilidades cognitivas essenciais, como análise, síntese, avaliação e resolução de problemas complexos. Essas aptidões são fundamentais não apenas na educação, mas também na vida pessoal e profissional. Ao se engajarem em atividades que incentivam o pensamento crítico, estudantes aprendem a questionar suposições, a refletir sobre suas próprias crenças e a considerar perspectivas diversas. Isso os torna mais capacitados para tomar decisões informadas e participar ativamente na sociedade.

Buscando contribuir com a melhoria do processo de ensinar e aprender Matemática, Skovsmose (2014) apresenta em sua teoria classificações sobre como as atividades desta disciplina podem ser classificadas. O autor propôs seis Ambientes de Aprendizagem, cada um com um cenário matemático próprio. Estes ambientes são resultados da combinação de uma referência (Matemática Pura, Semirrealidade e Vida Real) em relação a uma das perspectivas (Listas de Exercícios e Cenários para Investigação), conforme quadro abaixo:



Quadro 1. Ambientes de Aprendizagem

	Listas de Exercícios	Cenários para Investigação
Referências à Matemática Pura	(1)	(2)
Referências à Semirrealidade	(3)	(4)
Referência à Vida Real	(5)	(6)

Fonte: SKOVSMOSE, 2014, p. 54

Os Ambientes de Aprendizagem na perspectiva das Listas de Exercícios falam sobre atividades que pairam no campo dos exercícios da matemática – inclusive quando se fala em probabilidade – que envolvem cálculos e aplicações de fórmulas, tanto no campo da abstração (Ambiente 1), quanto em situações fictícias que envolvem a matemática (Ambiente 3) ou até mesmo situações que tragam dados reais (Ambiente 5).

Já os Ambientes pautados na perspectiva dos Cenários para Investigação (Ambientes 2, 4 e 6) propõem um espaço no qual estudantes são convidados a produzirem o conhecimento através da ação de investigação e de inferências. Nestes ambientes, a probabilidade pode ser abordada em conjunto com um ou mais conteúdos matemáticos, sendo um espaço onde discentes podem expressar suas opiniões e ideias, incentivando a construção do conhecimento, tanto de probabilidade quanto de outros temas da Matemática.

Skovsmose (2014) entende que estudantes devam resolver exercícios que envolvam cálculos e descobrir relações entre vários conceitos da Matemática – que ele designa por “matemática pura” – bem como exercícios e atividades que simulem a realidade. O autor também considera importante que discentes passem pelos seis Ambientes de Aprendizagem de forma a desenvolverem-se integralmente em Matemática, já que cada um tem sua maneira própria de auxiliar na construção do conhecimento.

A probabilidade é um dos temas da matemática que possibilita docentes a trazerem o cotidiano para a sala de aula e convidar estudantes a fazerem investigações sobre situações de suas realidades. Ao integrar exemplos e problemas do mundo real, educadores podem aumentar o engajamento de estudantes nas aulas de matemática, promover uma compreensão mais profunda dos conceitos e preparar discentes para enfrentar os desafios do mundo moderno, onde a análise de dados e a tomada de decisões baseadas em evidências são cada vez mais importantes. A probabilidade é um conceito fundamental na matemática e na estatística que está intrinsecamente ligado à quantificação da incerteza. Em termos simples, probabilidade é a medida da chance de ocorrência de um evento em relação ao total de todos os eventos possíveis (Silva, De Souza e De Medeiros, 2020).

Afirmar que o conteúdo de probabilidade é muito complicado, ou que discentes não têm uma base cognitiva sólida pode ser uma inverdade. Inicialmente, a probabilidade era usada para



prever o resultado de jogos de azar e jogos de cartas. Com o passar do tempo, o conceito de probabilidade se expandiu, tornando-se o estudo de eventos que contêm incerteza e permitindo a análise racional de situações que contêm acaso (Bortolossi, 2006). Provando a teoria da probabilidade, e as muitas maneiras que ela é aplicada nos dias de hoje em diferentes campos de estudo, tais como a medicina, a economia e a política. Existem muitos tipos de abordagens que podem ser tomadas, desde axiomáticas até geométricas (Silva, Caeiro e Oliveira, 2018). Assim, é visto que o conteúdo de probabilidade pode ser trabalhado a partir do dia a dia, trazendo as vivências de estudantes e usando a matemática para que o cotidiano seja mais fácil de ser compreendido.

É importante também relacionar a probabilidade com outros conceitos matemáticos. Woodward e Hoehn (1994) afirmam que para uma compreensão mais aprofundada deste tema, é importante ensinar ou reforçar os conceitos de probabilidade em relação a outros conteúdos, como a Geometria. Antes disso, Tunalá (1992) já argumentava sobre a Probabilidade Geométrica, que visa explorar os conceitos probabilísticos por meio das relações entre comprimentos de segmentos, áreas de figuras planas e volumes de sólidos, estabelecendo conexões entre a Probabilidade e a Geometria.

Abordar probabilidade e geometria tem suas vantagens já que os problemas geométricos envolvendo probabilidade são intrigantes e podem servir como estímulo para estudantes, permitindo-lhes aplicar os conceitos de Geometria de forma diferenciada; além disso, ao verem esses conceitos aplicados ao contexto geométrico, discentes podem desenvolver uma compreensão mais sólida da Probabilidade. Gondim (2013) complementa que na Probabilidade Geométrica é necessário empregar noções geométricas para resolver problemas probabilísticos.

1.1 O Jogo dos Discos e a Probabilidade

No século 18, as pessoas utilizavam pequenas peças de cerâmica, pedra, vidro ou outros materiais para revestir pisos, paredes, tetos ou outras superfícies em construções. Esse processo era chamado de ladrilhamento. Essas peças eram comumente retangulares ou quadradas e eram colocadas de forma a cobrir uma área de maneira uniforme, formando um padrão decorativo ou funcional. Esses ladrilhos preenchiam o chão de castelos e jardins dando a impressão de que eram grandes tábuas. As crianças que viviam naquela época aproveitaram os ladrilhos grandes e inventaram um jogo chamado O Jogo dos Discos, como exemplifica a Figura 1. As pessoas que participam deste jogo lançavam moedas e apostavam se cairiam ou não dentro do ladrilho, sem tocar nas bordas (Ludvig, 2020).



FIGURA 1: Exemplo de moedas lançadas em ladrilhos.

FONTE: Ludvig, 2020.

Atualmente, este jogo pode ser organizado utilizando discos de CD ou DVD e um papelão quadriculado ou um piso de cerâmica como ladrilhos, onde cada espaço que compõe o ladrilhamento deverá ser equidistante. As pessoas desafiadas jogam seus discos uma de cada vez, e o objeto que cair inteiramente dentro de um ladrilho vence. O diâmetro do disco, bem como o tamanho do ladrilhamento podem afetar a facilidade com que o vencedor é declarado (Bulegon e Ritter, 2016).

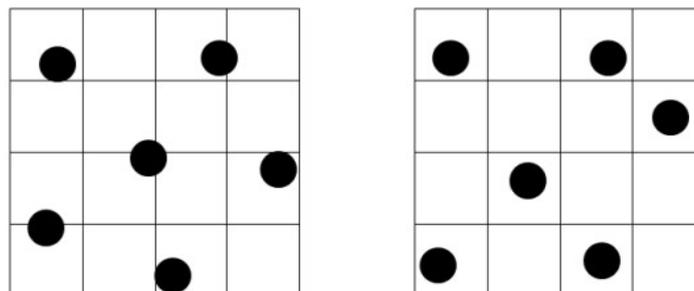


FIGURA 2: Comparação de lançamentos no Jogo do Discos.

FONTE: Albuquerque, 2015.

Durante a atividade do Jogo do Disco no piso da sala de aula, estudantes precisam estar atentos à relação entre o diâmetro do disco e o espaço disponível para o lançamento. Se o disco for muito pequeno em comparação com o tamanho do ladrilho do piso, isso pode tornar o jogo menos desafiador e menos interessante para quem participa, pois favoreceria quem está lançando. Por outro lado, se o disco for muito grande, pode dificultar o jogo, fazendo com que as pessoas desafiadas busquem ter uma maior atenção durante cada jogada. Portanto, é importante encontrar um equilíbrio adequado entre o tamanho do disco e o espaço disponível para garantir uma experiência de jogo equilibrada e envolvente para todos.



Paterlini (2002) ainda descreve que no problema do podemos considerar pavimentações de outros tipos para o piso onde serão lançados os discos, fazendo conexões com outras áreas da Matemática. Os objetos lançados não precisam ser necessariamente arredondados, como os CDs e DVDs utilizados, podendo ser de diferentes formas geométricas, como círculos, quadrados, retângulos e triângulos.

A interseção entre o Jogo dos Discos e a Probabilidade Geométrica nos fornece uma base conceitual robusta para o desenvolvimento de estratégias de ensino que promovem uma aprendizagem significativa e ativa. Estudantes podem explorar outros temas da matemática para além da probabilidade, tais como as propriedades das formas dos objetos utilizados para o lançamento, como número de lados, medidas de ângulos e simetria por exemplo, manipulando-os e observando as suas características.

Discentes podem utilizar os discos para visualizar e experimentar diferentes estratégias de resolução de problemas (Fontes, 2016). Enquanto desenvolve essas noções com estudantes, o professor tem a oportunidade não só de reforçar diversos conteúdos matemáticos, mas também de destacar porque algumas conjecturas levantadas não são utilizadas na resolução do problema em questão. Isso pode ser uma oportunidade valiosa para estudantes compreenderem a importância da aplicação seletiva de conceitos matemáticos e da análise crítica das soluções propostas (Ludvig, 2020).

Com essa compreensão teórica estabelecida, podemos agora direcionar nossa atenção para a metodologia adotada, visando explorar de maneira prática como o Jogo dos Discos pode ser utilizado como uma ferramenta educacional eficaz para o Ensino da Probabilidade Geométrica.

2. Procedimentos metodológicos

O presente trabalho de pesquisa segue a abordagem qualitativa, uma vez que o problema de pesquisa foi investigado seguiu uma análise descritiva e explicativa dos significados expressos pelos sujeitos envolvidos. Na perspectiva de Gil (2004), a abordagem qualitativa estabelece uma relação entre “mundo e pesquisados”, não sendo possível ser demonstrada de forma quantitativa. E foi este tipo de abordagem que permitiu avaliar como o uso do Jogo dos Discos, nas aulas de matemática pode contribuir para a aprendizagem de probabilidade de estudantes do 9º ano do ensino fundamental.

2.1 Participantes da Pesquisa

Este estudo foi conduzido na Escola Sol Nascente, localizada na cidade de Nova Itarana, Bahia. O nome "Sol Nascente" foi escolhido por representar o início de um novo dia e refletir a ideia de esperança e renovação, características essenciais no contexto educacional. A escolha deste local se deu em razão da proximidade do docente-pesquisador com o local, já que é o seu



local de trabalho, além da possibilidade de trazer uma proposta pedagógica que foge da perspectiva das Listas de Exercícios (Skovsmose, 2014) nas aulas de probabilidade.

A Escola Sol Nascente conta com setenta e três funcionários distribuídos nas várias funções que se exigem para o seu adequado funcionamento. Os profissionais da educação estão distribuídos da seguinte forma: um diretor, dois coordenadores pedagógicos, quarenta e dois professores, quatro funcionários administrativos, uma vice-diretora, quatro auxiliares de ensino, dois atendentes da biblioteca, duas cuidadoras, três porteiros e doze funcionários de serviços gerais. A turma enfrentou muitas dificuldades devido à pandemia da COVID-19³, pois as aulas aconteceram de forma não-presencial na Escola Sol Nascente. A análise dos resultados desta pesquisa levou em consideração todo este contexto.

Durante uma aula de matemática, foram coletados dados de três estudantes: Carlos, Gabriel e Leandro, nomes fictícios adotados para preservar a identidade de cada participante deste estudo, conforme os preceitos éticos da pesquisa. A escolha de cada discente foi feita com base na facilidade de acesso ou disponibilidade, mas ainda sim buscando uma amostra que representasse esta turma de 9º ano do Ensino Fundamental. Antes do início da pesquisa, as pessoas que participaram do estudo assinaram um termo de consentimento informado, no qual eram explicados os objetivos e procedimentos da pesquisa, bem como seus direitos. Essa prática buscou garantir a transparência, respeito e proteção dos direitos dos envolvidos no estudo.

2.2. Instrumentos de produção de dados

A produção de dados foi realizada por meio dos seguintes instrumentos: (a) Questionário Semiestruturado e (b) Materiais para a atividade do Jogo dos Discos.

a) Questionário Semiestruturado

Foi aplicado um questionário semiestruturado com roteiro demonstrado no Apêndice A, direcionada aos estudantes, coletando assim, as informações acerca do levantamento dos dados e dos desafios enfrentados por cada um deles com relação ao jogo. As sete perguntas que compõem este questionário buscavam investigar sobre as experiências obtidas durante a aula com a utilização do Jogo dos Discos, bem como pontos positivos e negativos e sobre a opinião de cada estudante participante da pesquisa acerca da aula. Não foi necessária a submissão ao comitê de ética.

b) Materiais para a atividade do Jogo dos Discos

Para a realização do Jogo dos Discos, foram utilizados alguns materiais, incluindo 15 CDs com 12cm de diâmetro e também o piso da sala de aula, que é quadriculado, para marcar as áreas de lançamento. Além disso, foi utilizado um *smartphone* com câmera para o registro e documentação de fotos e vídeos da atividade, proporcionando uma compreensão visual dos eventos. Durante todas as etapas da atividade, o professor-pesquisador manteve um diário de

³ Maiores informações sobre a COVID-19 podem ser acessadas no site do Ministério da Saúde: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/covid-19>



campo para anotar observações e reflexões que surgiam, ficando atento às ações de cada estudante durante o Jogo dos Discos e quais estratégias eram utilizadas para vencer o jogo. Também foi observado quais os assuntos abordados durante a atividade e como os temas se aproximam ou não da realidade de discentes do 9º ano do Ensino Fundamental. Esses instrumentos garantiram uma coleta abrangente e detalhada de dados para análise posterior.

3. Aplicando o Jogo dos Discos

A primeira parte desta pesquisa teve início com uma aula, onde foram abordados os conceitos de probabilidade e também uma breve explicação sobre o que é o ladrilhamento. Foi utilizado um projetor virtual para a apresentação dos conceitos. A explanação do conteúdo de probabilidade foi realizada de maneira didática e interativa, utilizando exemplos práticos e situações do cotidiano para facilitar a compreensão de estudantes. Essas atividades visavam reforçar os conceitos apresentados e estimular o pensamento crítico da turma.

Durante a aula, surgiram dúvidas relacionadas a alguns temas abordados no conteúdo de probabilidade e o principal questionamento envolvia a identificação de eventos favoráveis e não favoráveis, como identificá-los e diferenciá-los dentro de um espaço amostral, e também como esses eventos influenciam nos cálculos deste conteúdo matemático. As dúvidas levantadas foram abordadas com exemplos adicionais e explicações mais detalhadas, o que ajudou a esclarecer os conceitos e a fortalecer a compreensão de estudantes sobre probabilidade. Além disso, as discussões em sala proporcionaram uma oportunidade para revisar e construir o conhecimento sobre este conteúdo, permitindo o diálogo e a interação de estudantes com os seus pares e com o docente-pesquisador, como propõe Skovsmose (2014) em seus estudos.

O conceito de ladrilhamento foi detalhado durante a aula, destacando sua importância e aplicação em diversos contextos, além de serem compartilhadas estratégias de resolução de problemas e técnicas de análise geométrica relacionados ao tema. Ao final da aula, foi feito um convite aos estudantes Carlos, Gabriel e Leandro para participarem da próxima etapa da pesquisa.

Já na segunda aula foi realizado o Jogo dos Discos, uma atividade prática para aplicar os conceitos de probabilidade sob um novo olhar. A turma estava animada e curiosa para participar do jogo, já que uma prática como esta não é tão comum nas aulas de matemática. Durante toda a atividade, o professor-pesquisador estava disponível para responder às dúvidas que surgiam, dando orientações sobre como aproveitar cada jogada e também incentivando a colaboração entre estudantes para construírem o conhecimento em conjunto.



FIGURA 3: Estudantes durante a realização do Jogo dos Discos.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022

Cada discente enfrentou suas próprias dificuldades durante os 20 lançamentos que podiam fazer ao longo da atividade, a exemplo do modo como calcular a força e a direção do lançamento para acertar o disco dentro do quadrado. Durante o experimento, Carlos, Gabriel e Leandro demonstraram dificuldade em entender a dinâmica do jogo, não conseguindo relacionar os conceitos de probabilidade aprendidos anteriormente à chance de acertar o objeto dentro do espaço; também tiveram dificuldade em perceber como a teoria se aplica na prática.

Carlos teve dúvidas sobre como calcular a área das diferentes regiões do tabuleiro do jogo e como isso afetava a probabilidade de o disco cair em uma determinada região. Com a orientação do professor-pesquisador, o estudante conseguiu visualizar as proporções entre as áreas das regiões e aprendeu a usar fórmulas de geometria para calcular essas áreas. Essa prática permitiu-lhe entender melhor como as áreas influenciam a probabilidade de acerto.

Já Gabriel questionou como a variação na intensidade e na direção do lançamento do disco poderia impactar os resultados. O discente foi orientado a realizar lançamentos controlados, mantendo a força e a direção constantes para observar a distribuição dos resultados. Ao longo dos lançamentos, Gabriel aprendeu a controlar as variáveis para obter uma análise mais precisa dos dados e começou a aplicar conceitos de probabilidade condicional, percebendo como a consistência nas condições de lançamento afetava os resultados.

Leandro teve dificuldade em entender como a coleta de dados de várias rodadas do jogo poderia ser usada para calcular a probabilidade experimental e estava confuso sobre a diferença entre probabilidade teórica e experimental. Através de explicações e exemplos práticos, o estudante compreendeu a importância de coletar um número considerável de dados para obter uma probabilidade experimental mais precisa. Leandro aprendeu a registrar e organizar os resultados de cada rodada do jogo e, posteriormente, calcular a frequência relativa dos acertos, comparando esses resultados com as previsões teóricas.



Após o Jogo dos Discos, Carlos, Gabriel e Leandro passaram para a próxima etapa da atividade: a apresentação dos conceitos de probabilidade e a análise dos dados do jogo. A orientação inicial incluiu a explicação teórica dos conceitos de probabilidade, focando na fórmula $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$, onde A é o evento de interesse e Ω é o espaço amostral total. A fórmula de probabilidade foi apresentada aos estudantes para ajudá-los a entender como calcular a probabilidade de um evento ocorrer.

Para registrar os resultados da atividade prática, foi criada a uma tabela, onde haviam espaços para a inserção dos dados de cada estudante, o diâmetro dos discos utilizados nos lançamentos, o número de lançamentos e o número de acertos de cada um dos três discentes. Também havia um espaço na tabela para o cálculo da probabilidade, ou seja, a frequência relativa de acertos, expressa como o quociente entre o número de acertos e o número de lançamentos. A tabela foi preenchida com os dados coletados durante a atividade prática. Abaixo estão os resultados obtidos são demonstrados na tabela 1.

Tabela 1: Resultados obtidos no jogo de disco.

Estudantes	Diâmetro	Nº Lançamentos	Nº Acertos	Fórmula
				$\frac{N^\circ \text{ Acertos}}{N^\circ \text{ Lançamentos}}$
Carlos	12cm	20	2	$\frac{2}{20}$
Gabriel	12cm	20	6	$\frac{6}{20}$
Leandro	12cm	20	8	$\frac{8}{20}$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Durante o experimento, os estudantes relacionaram os conceitos teóricos de probabilidade aos lançamentos de discos. A tabela mostra a relação entre o número de lançamentos e os acertos de cada discente, demonstrando como a frequência relativa foi calculada. Pode-se ver que Carlos realizou vinte lançamentos e obteve dois acertos, resultando em uma probabilidade de $\frac{2}{20}$; já Gabriel obteve seis acertos das vinte jogadas que realizou, com uma probabilidade de $\frac{6}{20}$; por fim, Leandro obteve uma probabilidade de $\frac{8}{20}$, pois realizou vinte lançamentos e obteve oito acertos.

Os educandos tiveram algumas dificuldades e facilidades durante o preenchimento da tabela. Em primeiro lugar, houve dificuldade em entender a fórmula $\frac{n(A)}{n(\Omega)}$. Para solucionar essa dificuldade, a fórmula foi explicada utilizando exemplos simples e cotidianos para ilustrar sua aplicação. Além disso, alguns estudantes, incluindo Carlos, tiveram dificuldade em registrar



corretamente o número de acertos e lançamentos. Para resolver isso, foi explicado passo a passo como contar e registrar os lançamentos e acertos, enfatizando a importância de uma contagem precisa. Outro desafio foi calcular a frequência relativa dos acertos. Houve uma certa dificuldade no início do preenchimento da tabela, mas o cálculo foi demonstrado na lousa e foram realizados exercícios práticos em conjunto, onde cada estudante calculava a frequência relativa com supervisão direta do docente-pesquisador.

Interpretar o significado dos resultados na tabela também foi um desafio, especialmente em entender a relação entre acertos e probabilidade. Para superar essa dificuldade, foram realizadas discussões em grupo para analisar e interpretar os resultados coletivamente, destacando o papel da frequência relativa na probabilidade. Um exemplo específico de dificuldade foi com Carlos, que teve problemas ao calcular o quociente entre o número de acertos e o número de lançamentos. Embora ele tenha registrado corretamente os vinte lançamentos e dois acertos, teve problemas ao dividir os valores.

Leandro se destacou como o vencedor da atividade, com a maior frequência relativa de acertos. Carlos, apesar de ter menos acertos, mostrou uma melhora significativa na compreensão geométrica; já Gabriel, ao controlar melhor as variáveis, conseguiu uma taxa de acerto maior, e Leandro, com a melhor performance, destacou-se pela precisão e consistência nos lançamentos. Os desafios na hora de preencher a tabela de resultados estão relacionados tanto ao entendimento dos conceitos teóricos de probabilidade quanto à aplicação prática desses conceitos na atividade. Esta análise não só evidenciou o entendimento prático dos conceitos de probabilidade por estudantes, mas também ilustrou a aplicação da teoria na resolução de problemas reais.

Finalizada a tabela, o professor-pesquisador entregou a Carlos, Gabriel e Leandro um questionário impresso com sete perguntas subjetivas sobre as experiências adquiridas com o Jogo dos Discos e suas percepções em relação à aula inédita e às aulas de matemática. As perguntas foram respondidas individualmente e projetadas para obter uma visão aprofundada de como cada educando compreendeu e aplicou os conceitos de probabilidade, além de suas percepções sobre a aula prática e as aulas teóricas anteriores.

Carlos descreveu sua experiência com o Jogo dos Discos como desafiadora, destacando a dificuldade em aplicar os conceitos de probabilidade na prática, mas também encontrando interesse na tentativa. Ele refletiu que a aula inédita ajudou a compreender melhor os conceitos matemáticos através dos experimentos.

Leandro e Gabriel também compartilharam da mesma experiência de Carlos. Ambos destacaram as dificuldades iniciais e a importância de experimentar algo diferente para ver como a matemática pode ser aplicada na vida real. Eles concordaram que as aulas práticas ajudaram a solidificar os conceitos teóricos aprendidos em sala de aula.

Ao final da atividade foi possível perceber algumas similaridades com outros estudos envolvendo o jogo dos discos, a exemplo da pesquisa de Ludvig (2020), que demonstra a



importância do Jogo dos Discos não somente pela sua ludicidade, mas também por ser uma atividade em que podem ser desenvolvidas estratégias de resolução que abordam diversos conteúdos matemáticos, como probabilidade, tratamento de informação, tabelas de frequências, equações lineares, gráficos, função quadrática e noções de geometria. Pode-se dizer, então, que este Jogo é uma ferramenta de ensino útil para que docentes de matemática possam revisar os conteúdos de probabilidade e também contribuir com o desenvolvimento do pensamento crítico de estudantes.

A abordagem do Jogo dos Discos permitiu aos estudantes compreenderem melhor a relação entre o diâmetro do disco e o lado do piso quadriculado, evidenciando a aplicação dos conceitos geométricos na resolução de problemas probabilísticos. Esses resultados reafirmam o que a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) recomenda para a Educação Básica, destacando a importância de utilizar atividades práticas e contextualizadas no ensino da matemática, pois proporcionam aos discentes uma compreensão mais significativa dos conceitos abordados, visualizarem conceitos geométricos de forma prática e lúdica, além de estimular o pensamento crítico e promover uma aprendizagem mais engajadora e eficaz.

4. Considerações Finais

É possível ver nesta pesquisa como o Jogo dos Discos auxiliou estudantes a desenvolverem um raciocínio matemático crítico, pois precisaram mesclar vários conhecimentos prévios, elaborar estratégias de solução e superar outras dificuldades que apareceram para solucionar as situações-problema apresentadas.

O Jogo dos Discos permitiu que discentes assimilassem o conteúdo sob uma nova perspectiva, sendo protagonistas da aquisição de seu conhecimento e desenvolvendo pensamento crítico de forma reflexiva e contextualizada. Por ter sido uma atividade nova para estudantes da Escola Sol Nascente, este trabalho se tornou ainda mais atraente e interessante e contribuiu para que a compreensão do conteúdo de probabilidade acontecesse de uma forma mais leve e lúdica.

Os resultados demonstram que a utilização do Jogo dos Discos para o ensino da probabilidade geométrica com estudantes do 9º ano mostrou-se uma estratégia válida e pertinente, apresentando maior compreensão, despertando maior atenção e interesse por parte de estudantes e podendo ser uma ferramenta lúdica viável para o ensino da matemática. Este jogo possibilitou situações de aprendizagem que contribuíram para o desenvolvimento integral das pessoas que participaram da pesquisa, mas também reafirmou a importância de uma alternância entre atividades que remetam a investigação, o protagonismo e o diálogo com outras que estão na perspectiva das Listas de Exercício, como define Skovsmose (2014).

Essas observações reforçam a importância de atividades práticas na compreensão dos conceitos teóricos e mostram como a prática pode consolidar o aprendizado em sala de aula. A utilização do Jogo dos Discos neste trabalho facilitou a compreensão do ensino de probabilidade



geométrica, desenvolvendo um nível de concentração maior entre estudantes do nono ano. Os resultados desta pesquisa são corroborados por diversos autores (Woodward e Hoehn, 1994; Silva, De Souza e De Medeiros 2020; Silva, Caeiro e Oliveira, 2018), que concluem em suas pesquisas que os jogos tiveram um grande papel no desenvolvimento da matemática e possibilitam uma abordagem mais natural na introdução de conceitos que possuem uma aplicabilidade na vida real. A facilidade que o jogo traz de introduzir, desenvolver ou avaliar um conteúdo ou conceito torna-se um poderoso aliado no processo de ensino e aprendizagem.

Diante dos desafios impostos pela pandemia de COVID-19, a turma de estudantes que participou da pesquisa enfrentou a ausência de atividades presenciais e um processo de aprendizagem de matemática que pode ter afetado nos resultados deste trabalho. Porém, promover métodos educacionais adaptativos e lúdicos foram alternativas para sanar estas dificuldades, buscando fomentar o interesse de estudantes nas aulas de matemática. Essas práticas não apenas buscaram aliviar os impactos da pandemia, mas também apresentam experiências para enfrentar futuros desafios.

Em síntese, a pesquisa comprova que o Jogo dos Discos pode ser uma ferramenta pedagógica eficaz para a aprendizagem de probabilidade de estudantes do 9º ano do ensino fundamental, promovendo um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e engajador. Espera-se que os resultados aqui apresentados possam servir como base para futuras investigações e para a implementação de práticas educativas inovadoras que valorizem o potencial transformador dos jogos na educação. Assim, contribui-se para a formação de cidadãos mais críticos, criativos e preparados para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

Referências

ALBUQUERQUE, R. R. C. de. **O jogo dos discos: o uso da experimentação como suporte para o ensino da probabilidade**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

BATANERO, C. **Significados de la probabilidad en la educación secundaria**. In: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. México, v.8. n.3. p.24-263, 2005.

BORBA, R. E. S. et al. Educação estatística no ensino básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula. **EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 2, n. 2, 2011.

BORTOLOSSI, H. J. Números (pseudo) aleatórios, probabilidade geométrica, métodos de Monte Carlo e estereologia. **Projeto Klein em Língua Portuguesa**, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.



BULEGON, A. M.; RITTER, Denise. Uma Revisão de Literatura Sobre Estudos Relativos à Probabilidade Geométrica. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 581-59, 2016.

CARDOSO, F. P. **Utilização de jogos voltados à lógica matemática aplicados ao ensino fundamental**. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 38 folhas, 2018.

DIAS, C. F. B. et al. **Ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de probabilidade e estatística nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2016. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

FONTES, W. C. **Jogos didáticos na matemática articulando o processo de ensino aprendizagem**. 2016.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: atlas, 2004.

GONDIM, H. F. **Probabilidade e probabilidade geométrica: conceitos e exemplos aplicáveis no ensino básico**. Dissertação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Campus de Campo Grande). 2013.

GRANDO, R.C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

LUDVIG, D. C. **O ensino de probabilidade por meio do jogo dos discos**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

PATERLINI, R. R. O problema do jogo dos discos. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, v. 48, p. 13-20, 2002.

SILVA, A. G. S.; DE SOUSA, F. J. F.; DE MEDEIROS, J. L. O ensino da matemática: aspectos históricos. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 8, p. e488985850-e488985850, 2020.

SILVA, D.; CAEIRO, F.; OLIVEIRA, M. Modelação estatística de valores extremos: probabilidades de excedência, quantis extremos, limite superior do suporte e níveis de retorno no lançamento do disco do atletismo. **Revista da Estatística da Universidade Federal de Ouro Preto**, v. , 2018.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. São Paulo: Papyrus, 2014. 141 p. (título original: An Invitation to Critical Mathematics Education)

TUNALA, N. Determinação de probabilidades por métodos geométricos. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, v. 20, p. 16-22, 1992.



WOODWARD, E.; HOEHN, L. Probabilidade na Geometria do Segundo Grau. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.



APÊNDICE A

Questionário

1ª) Descreva sobre a sua experiência em relação ao Jogo dos Discos.

2ª) Qual é a sua experiência em relação a aula inédita? Como você compreende o seu ponto de vista pertencentes aos experimentos aplicados?

3ª) Em relação a sua experiência na aula inédita, como você compreende as perspectivas nas ações alcançando na linha de chegada da qual foi ensinado?

4ª) Pra você, quais foram os pontos positivo e negativos dessa atividade?

5ª) O que poderia ser melhorado nesta atividade do Jogo dos Discos?

6ª) Quais conteúdos de matemática você aplicou durante o Jogo dos Discos? O que você achou das aulas anteriores?

7ª) O que mais você gostou nesta atividade do Jogo dos Discos?
