

**INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
BAHIA
CAMPUS BARREIRAS**

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TATIANA DOS SANTOS LIMA

**O ENSINO DE FRAÇÃO NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
UTILIZANDO COMO ESTRATÉGIA METODOLÓGICA A “MEDIÇÃO
COM CORDAS”**

BARREIRAS – BA

2023

TATIANA DOS SANTOS LIMA

**O ENSINO DE FRAÇÃO NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL UTILIZANDO
COMO ESTRATÉGIA METODOLÓGICA A “MEDIÇÃO COM CORDAS”**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia da Bahia – Campus Barreiras, como requisito parcial para avaliação da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me Felipe Moscozo Araújo da Cruz
Coorientadora: Prof. Ma. Neiva dos Santos Pereira

BARREIRAS – BA

2023

TATIANA DOS SANTOS LIMA

**O ENSINO DE FRAÇÃO NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL UTILIZANDO
COMO ESTRATÉGIA METODOLÓGICA A “MEDIÇÃO COM CORDAS”**

Trabalho de conclusão de curso defendido e aprovado em: 12/07/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Felipe Moscozo Araújo da Cruz
IFBA (orientador)

Prof. Ma. Neiva dos Santos Pereira
IFBA- UNEB - (coorientadora)

Prof. Ma. Emanuele Rose Romero de Santana
IFBA (membro)

Prof. Me. Fábio Bordignon
IFBA (membro)

BARREIRAS

2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela minha vida, por sempre estar comigo, sempre me amparando e não me deixando desistir, fazendo com que eu chegasse até aqui.

A minha família, em especial aos meus pais Maria e Renato, por todo amor, carinho, paciência, ensinamentos e por sempre estarem presentes e apoiarem todas as minhas decisões.

A minha ex-patroa Cássia, por ter me proporcionado a oportunidade de sair da minha cidade e vir estudar em Barreiras, por todo o carinho e pela confiança depositada em mim.

Aos meus orientadores Felipe e Neiva, pela ajuda e orientação neste trabalho, pelos ensinamentos e pela contribuição essencial na minha formação.

Agradeço aos professores do curso por todos os ensinamentos transmitidos durante a minha formação acadêmica.

Aos amigos que o curso me proporcionou, em especial a Fernanda, Fagner e Lauro que sempre acreditaram no meu potencial e na minha conclusão. E a Wender, que esteve comigo nos últimos semestres, compartilhando de todas as angústias e alegrias.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação fracionária.....	12
Figura 2 - Exemplo resposta correta questão 1 (diagnóstico)	28
Figura 3 - Resposta errada questão 1 (diagnóstico).....	29
Figura 4 - Estudante circulou números fracionários e decimais.....	29
Figura 5 - Exemplo resposta correta questão 4 (diagnóstico)	31
Figura 6 – Exemplo resposta incorreta questão 4 (diagnóstico).....	31
Figura 7 – Resposta considerando a relação parte/parte (diagnóstico)	31
Figura 8 – Aluno não conseguiu representar uma fração (diagnóstico)	32
Figura 9 – Aluno não conseguiu definir numerador, denominador e fração	32
Figura 10 – Fração maior possui o maior número (diagnóstico).....	33
Figura 11 – Comparação de forma independente (diagnóstico).....	34
Figura 12 – Fração maior possui o menor número (diagnóstico).....	34
Figura 13 - Estudante considerou numeradores e denominadores de forma independente.....	35
Figura 14 – Utilização de multiplicação.....	35
Figura 15 - Utilização de soma 1	35
Figura 16 – Utilização de soma 2	36
Figura 17 – Trocas de sinais (diagnóstico)	36
Figura 18 - Conceito de fração a partir da unidade	38
Figura 19 - Compreensão de frações não unitárias.....	39
Figura 20- Comparação de frações com numeradores iguais a 1	40
Figura 21 - Comparação de frações com numeradores iguais diferentes de 1	40
Figura 22 - Comparação de fração com denominadores iguais	41
Figura 23 - Soma de frações	42
Figura 24 - Soma e subtração de frações	42
Figura 25 - Kit entregue aos alunos.....	43
Figura 26 - Alunos realizando medições	44
Figura 27 - Exemplo das respostas dos alunos	44
Figura 28 - Soma e subtração realizada pelos alunos.....	45
Figura 29 – Resposta errada questão 1 (pós-teste)	46
Figura 30 – Contagem errada dos quadrados	47
Figura 31 – Troca de numerador por denominador	47
Figura 32 – Troca de sinais (pós-teste).....	48

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
CAPÍTULO I	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO	11
2.1 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO DO SURGIMENTO DAS FRAÇÕES.....	11
2.2 ALGUNS SIGNIFICADOS DE FRAÇÕES	13
2.3 ENSINO E DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES	14
2.4 AS ORIENTAÇÕES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA PROPOSTO PELA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR-BNCC	17
2.4.1 O ensino de frações proposto pela BNCC	20
2.5 O USO DE MATERIAL CONCRETO COMO ESTRATÉGIA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	21
CAPÍTULO II	25
3 METODOLOGIA: o delineamento da pesquisa	25
3.1 ABORDAGEM E TIPO DE PESQUISA	25
3.2 ETAPAS DA PESQUISA	26
3.3 SUJEITOS ENVOLVIDOS NA PESQUISA	27
3.4 ÉTICA NA PESQUISA	27
CAPÍTULO III	28
4 EMPREGO DA METODOLOGIA, ANÁLISE E RESULTADOS	28
4.1 QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO	28
4.2 DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA METODOLÓGICA: Medição com cordas no ensino de fração.	37
4.3 QUESTIONÁRIO PÓS -TESTE	45
CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
REFERÊNCIAS	53
APÊNDICES	55
APÊNDICE 1	55
APÊNDICE 2	57
APÊNDICE 3	59

RESUMO

O presente trabalho é um estudo do uso da estratégia metodológica de medição com cordas para apresentar o conceito de número fracionário e suas representações numa turma do 7º ano do ensino fundamental II. Para tanto, entendemos que a disciplina de matemática é considerada pela maioria dos estudantes como umas das mais difíceis, sendo que a metodologia utilizada pelo professor pode ser um dos fatores que corroboram para isso. Neste sentido, foi feito estudo de documentos como a BNCC (2018) e autores que abordam o ensino dos números fracionários e a utilização de materiais concretos como alternativa para o ensino de conceitos matemáticos, bem como o estudo da estratégia da medição de cordas para o ensino de fração. Sendo assim, o presente trabalho mostra os resultados de uma pesquisa inspirada na pesquisa-ação, com abordagem qualitativa, com o intuito de melhorar as aulas e conseqüentemente o aprendizado dos estudantes, alternativas diferentes devem ser pensadas e desenvolvidas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Nessa perspectiva, foram desenvolvidas aulas práticas utilizando a metodologia de medição de cordas, o que na investigação possibilitou perceber que a manipulação do material proporcionou uma melhora significativa na aprendizagem dos estudantes do 7º ano.

Palavras-chave: Matemática; ensino fundamental; medição com cordas; ensino de frações; aprendizagem.

ABSTRACT

The present work is a study of the use of the methodological strategy of measuring with string to introduce the concept of fractional number and its representations in a class of the 7th year of elementary school II. Therefore, we understand that the mathematics discipline is considered by the majority of students as one of the most difficult, and the methodology used by the teacher may be one of the factors that corroborate this. In this regard, a study was made of documents such as the BNCC (2018) and authors that address the teaching of fractional numbers and the use of concrete materials as an alternative for teaching mathematical concepts, as well as the study of the strategy of measuring string for teaching fractions. Therefore, this work shows the results of a researcher inspired by action research, with a qualitative approach, in order to improve classes and consequently student learning, different alternatives must be considered and developed in the process of teaching and learning mathematics. In this perspective, practical classes were developed using the methodology of measuring strings, which in the investigation made it possible to perceive that the manipulation of the material provided a significance in the learning of 7th grade students.

keywords: Mathematics; Elementary School; Measuring with String; Teaching of Fractions; Learning.

1 INTRODUÇÃO

Sabemos que a matemática possui grande importância para os alunos tanto na sala de aula quanto na sociedade. Porém, em pesquisas e relatos de professores e estudantes, há um indicativo de que esta é uma das disciplinas que os estudantes possuem mais dificuldade e aversão, sendo considerada por alguns alunos difíceis e até impossível de aprender. Um dos conteúdos matemáticos que corroboram para isso é o de frações.

Os alunos têm contato com o ensino de frações ainda nos primeiros anos do Ensino Fundamental, este vai aparecendo com frequência nos anos seguintes onde os alunos aprendem, por exemplo, a operar, ordenar e simplificar as frações. No Ensino Médio os números fracionários aparecem como ferramenta para resolução de atividades que envolvem outros conteúdos como equações e funções.

No entanto, apesar das frações estarem sempre presentes, este é um conteúdo que apresenta um grau de dificuldade, tanto para os alunos quanto para os professores. Por não terem desenvolvido a aprendizagem dos conceitos fracionários, os alunos apresentam impasses ao resolver problemas que envolvem esses números, o que pode acabar comprometendo o seu aprendizado. Além dos estudantes, essa dificuldade também é sentida pelos professores que, muitas vezes, não conseguem transmitir o conteúdo para os alunos de modo que eles tenham uma aprendizagem significativa.

Tendo isso em vista, bem como os diferentes fatores que podem estar contribuindo para essa fragmentação em relação à assimilação dos conceitos de frações, são pensadas algumas alternativas que sejam capazes de contribuir para um aprendizado eficaz. Metodologias diferentes podem favorecer o ensino, pois despertam o interesse dos alunos e, conseqüentemente, melhoram o seu aprendizado, tornando-o significativo.

São inúmeros os recursos que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem de frações. Estes podem ser uma aula com o uso de jogos, utilização da história matemática do conteúdo estudado e o uso de materiais concretos, dando oportunidade para o professor escolher o que melhor se adapta a sua turma ou necessidade.

Pensando nesses diferentes recursos, realçamos a técnica de medição com cordas como estratégia metodológica para o ensino de frações. Essa técnica foi desenvolvida pelos egípcios por volta do ano 3.000 a. C. às margens do rio Nilo, quando funcionários do governo utilizavam cordas marcadas com uma determinada unidade de medida para traçar os limites dos terrenos

de alguns habitantes (GUELLI,1992). Para isso, eles esticavam as cordas e verificavam quantas vezes a unidade de medida marcada cabia nos lados do terreno.

Para realizar o presente estudo foi feita uma pesquisa inspirada na pesquisa ação com abordagem qualitativa com alunos da 7ª série do Ensino Fundamental de um Colégio Municipal da cidade de Barreiras-BA. Para a coleta dos dados foram utilizados como recursos questionários e observações. Pretendia-se investigar de que maneira o método proposto poderia contribuir para o ensino e aprendizagem de alguns conteúdos fracionários.

As motivações iniciais para a realização deste estudo e que foram pertinentes para a escolha e interesse do tema ocorreram ao longo da minha jornada acadêmica. Inicialmente, quando bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), foi possível notar o quanto os alunos sentiam dificuldade para conseguir concluir qualquer tipo de questão que envolvesse o cálculo com frações, levando a concluir que os alunos não obtiveram uma assimilação dos conceitos fracionários.

Posteriormente, durante um estágio curricular atuando em turmas de ensino médio, era notório o déficit que os alunos possuíam em relação aos conceitos de frações. Os alunos conseguiam resolver a questão até chegar na etapa que carecia do entendimento das operações fracionárias. Neste momento eles paravam ou faziam de qualquer maneira.

Outro fator relevante para a escolha desta temática está relacionado aos períodos de realização das disciplinas de Estágio Supervisionado I e II. No primeiro, apenas para observação, foi possível perceber a dificuldade que os alunos sentiam para resolver qualquer tipo de questão que necessitasse da manipulação de frações. O segundo, já com regência, foi realizado com as mesmas turmas. Nesta oportunidade, foi possível constatar o observado no primeiro estágio. Dentre os conteúdos que seriam abordados estava o de porcentagem. Antes da introdução do conceito, foi feita uma revisão de frações. Neste momento, foi constatada a grande dificuldade que os alunos tiveram para compreender o conteúdo.

Através de todas essas observações foi possível notar que os alunos, em diferentes níveis de ensino, apresentavam os mesmos problemas, levando a concluir que os estudantes independentes da etapa de ensino, possuem dificuldades para manipular os números fracionários. Nessa perspectiva, cheguei à conclusão de que uma aula diferente poderia contribuir para a aprendizagem do conteúdo de frações.

Durante uma aula do professor Felipe Cruz, em que uma das questões carecia da manipulação de operação com frações para resolução, ele apresentou dois métodos que poderiam ser eficazes para o ensino dos números fracionários, entre eles o de medição com cordas. Assim, por já ter constatado a dificuldade que os alunos tinham com o conteúdo e por

buscar uma alternativa diferente que poderia auxiliar na aprendizagem dos estudantes surgiu a temática desse estudo.

Nessa perspectiva, a presente pesquisa tem o seguinte problema: De que forma o método de medição com cordas pode contribuir com o ensino de fração no Ensino Fundamental II?

Para tanto, traçamos o seguinte objetivo geral: Explorar o uso de metodologia de medição com cordas como estratégia para apresentar o conceito de número fracionário e suas representações em termos do Ensino Fundamental II.

Nesse sentido, para melhor delineamento da pesquisa, elaboramos alguns objetivos específicos: contextualizar historicamente o surgimento dos números fracionários; discorrer sobre a proposta da BNCC para o ensino de fração no Ensino Fundamental II e aplicar o método de medição com cordas para investigar, por meio de atividades práticas, o entendimento dos alunos sobre os valores representados pelas frações, bem como a comparação entre números fracionários e operação de soma e subtração de frações com denominadores iguais.

Sendo assim, esta pesquisa foi dividida em três capítulos que serão apresentados a seguir: no primeiro capítulo, apresentamos o referencial teórico levantado acerca da temática. Discorreremos sobre o surgimento dos números fracionários, as dificuldades apresentadas pelos alunos com frações, um levantamento sobre as orientações da Base Nacional Comum Curricular para o ensino e aprendizagem do conteúdo bem como o uso de material concreto para o ensino de conteúdos matemáticos.

No segundo capítulo, apresentamos a metodologia adotada neste estudo, como tipo e abordagem de pesquisa e procedimentos utilizados para a coleta dos dados. Também falaremos sobre as etapas e os sujeitos envolvidos nesta pesquisa.

No terceiro, mostraremos detalhadamente o desenvolvimento da proposta metodológica e os resultados obtidos. Além da análise dos questionários diagnóstico, pós-teste e do professor.

Espera-se que o estudo proposto possibilite uma reflexão em relação à aprendizagem dos números fracionários, uma vez que os resultados obtidos com este estudo poderão contribuir para superar as lacunas existentes no ensino deste conteúdo.

CAPÍTULO I

2 REFERENCIAL TEÓRICO

No decorrer deste capítulo serão apresentadas algumas concepções teóricas relacionadas ao conceito, surgimento, ensino e aprendizagem de frações. Também serão mostradas as orientações para o ensino do conteúdo propostas pela Base Nacional Comum Curricular.

2.1 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO DO SURGIMENTO DAS FRAÇÕES

Conforme Boyer (1996), a matemática surgiu como parte da vida diária do homem, fazendo com que estes tenham relação com o desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Guelli (1992) compartilha do mesmo pensamento ao afirmar que o surgimento dos números se deu a partir da necessidade que os homens tinham para contar determinados objetos e coisas, utilizando para isso objetos como pedras e marcas num osso. Com o tempo, isso foi se aperfeiçoando e dando origem aos números.

Com os números fracionários não foi diferente, estes surgiram das necessidades apresentadas pelos povos antigos. Segundo Guelli (1992), o sistema fracionário apareceu por volta do ano 3.000 a.C. às margens do rio Nilo, no Antigo Egito, quando o mesmo era governado pelo faraó Sesostris. As terras próximas a este rio eram férteis e estavam prontas para serem cultivadas, sendo assim, o faraó dividiu-as entre alguns habitantes.

Ainda segundo o autor supracitado, todos os anos os níveis das águas começavam a subir durante o mês de julho, causando uma inundação que se estendia até o mês de setembro. Com isso, o rio derrubava as cercas de pedras que serviam para demarcar os limites do terreno de cada agricultor. De acordo com as palavras do historiador grego Heródoto, escritas há cerca de 2.300 anos se o rio levava qualquer parte do lote de um homem, o faraó mandava funcionários examinarem e determinarem por medida a extensão exata da perda. Então sempre que as águas baixavam esses funcionários traçavam novamente os limites do terreno. (GUELLI,1992).

Para realizar este trabalho, eles utilizavam cordas marcadas por uma determinada unidade de medida para realizar as medições. Estes funcionários então esticavam as cordas com

o intuito de verificar quantas vezes a unidade de medida estabelecida estava contida nos lados do terreno. Por este motivo, esses ficaram conhecidos como estiradores de corda.

No entanto, nem sempre que as medições eram realizadas, um número inteiro de vezes cabia nos lados dos terrenos, por mais precisa que fosse a unidade de medida escolhida. Então, surgiu a necessidade de os egípcios criarem os números fracionários, também conhecidos por frações, para representar partes de uma unidade.

Os egípcios usavam apenas frações unitárias, ou seja, frações com numeradores iguais a 1, como por exemplo, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{2}$. Para representar as frações eles utilizavam seu próprio sistema numérico. De acordo com Boyer (1996, p.7) nesse sistema

um traço vertical representava uma unidade, um osso de calcanhar invertido indicava 10, um laço com uma letra C maiúscula valia 100, uma flor de lótus 1.000, um dedo dobrado 10.000, um peixe era usado para indicar 100.000 e uma figura ajoelhada 1.000.000.

Sendo assim, para escrever as frações, eles utilizavam um sinal de formato oval alongado que representava o número 1 em cima do denominador que era representado por traços verticais e ossos de calcanhar invertidos. Com isso, cada fração era representada por um símbolo, onde a quantidade de traços e ossos eram de acordo com o valor do denominador. Veja abaixo algumas frações com as suas respectivas escritas egípcias.

Figura 1 - Representação fracionária

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$

Fonte: https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Representacao-de-Fracionaria-Egipcia-Fonte-Machado-2013-p17_fig1_335665813

Para representar as frações que tinham numeradores diferentes de 1, os egípcios faziam a soma de frações unitárias. No entanto, cabe ressaltar que eles não utilizavam o sinal de adição (+), pois os símbolos utilizados para representar as operações como conhecemos hoje ainda não tinham sido inventados.

Com o tempo, as representações fracionárias foram sendo aperfeiçoadas, chegando na representação que conhecemos hoje $\frac{a}{b}$, onde a e b são números inteiros com $b \neq 0$. O valor representado pela letra a é chamado de numerador e o que é representado pela letra b chamamos de denominador.

2.2 ALGUNS SIGNIFICADOS DE FRAÇÕES

A fração é uma representação numérica da relação entre dois números inteiros. Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os significados para fração são a relação parte/todo, quociente, razão e operador (BRASIL, 2018).

A fração como uma relação parte/todo está relacionada à ideia de dividir um todo em partes iguais. Neste caso o numerador indica a quantidade de partes que possuímos em relação ao todo e o denominador representa a quantidade de partes que ele foi dividido. Como exemplo, temos o retângulo abaixo que foi dividido em cinco partes iguais e três destas foram pintadas.



A relação entre as partes pintadas e o total de partes divididas é representada pela fração $\frac{3}{5}$. Conforme Wheeldon (*apud* SANTOS, 2019, p.18) “os estudantes tendem a confundir a relação parte/todo com a relação parte/parte”, ou seja, no exemplo acima eles poderiam dizer que a fração representada na figura acima seria dada por $\frac{3}{2}$, onde 3 é a quantidade de partes pintadas e 2 é a de partes não pintadas.

Segundo Soares (2014), entre os diferentes significados, a compreensão deste é recorrente na introdução do conceito de fração e aparece com frequência nos livros didáticos, sendo então fundamental o seu entendimento para a compreensão de todo o aprendizado dos números fracionários.

Na fração como quociente, temos uma divisão entre dois números. Como exemplo podemos imaginar a seguinte situação: Amanda possui uma caixa contendo 15 bolas e pretende dividir entre 5 pessoas, a fração que representa essa divisão é dada por $\frac{15}{5}$.

No caso da fração como razão, conforme Dante (2018, p. 174) “usamos uma fração para comparar 2 grandezas, ou seja, a razão está relacionada à comparação da quantidade desejada ou observada com a quantidade total”. Como exemplo, imagine que Paulo possui uma bolsa que contém 6 bolas nas cores vermelha, branca, azul, verde, amarela e cinza. A probabilidade

de ele retirar uma bola vermelha é representada pela fração $\frac{1}{6}$, essa mesma possibilidade ocorre para qualquer bola de outra cor.

O último significado para fração encontrado na BNCC (2018), é a fração como operador ou fração como operador multiplicativo. Neste caso a fração tem a função de agir como um operador de um número ao multiplicá-lo. Veja o exemplo: Marcos fez um suco de laranja contendo 500 ml, destes $\frac{1}{3}$ é de suco concentrado e o restante de água. A fração que representa a quantidade de suco concentrado é dada por $\frac{1}{3} * 500$.

Sendo assim, é fundamental que os estudantes conheçam todos os significados para que possam desenvolver os conhecimentos fracionários, pois a não assimilação destes podem causar obstáculos no ensino do conteúdo.

2.3 ENSINO E DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Como vimos, a matemática surgiu das necessidades diárias apresentadas pelos povos antigos. Desde então esta ciência se faz presente em ações simples realizadas pelas pessoas, como por exemplo, dirigir, fazer compras, usar o celular, olhar as horas, preparar uma receita, brincar e ouvir ou tocar músicas. No entanto, apesar de aparecer com frequência no dia a dia, no ambiente escolar ela é considerada difícil por boa parte dos estudantes, Witt (2018, p.20) reforça isso ao afirmar que, “A matemática é vista muitas vezes como uma das disciplinas mais difíceis da grade curricular das escolas, onde muitos alunos têm grande aversão a ela o que acarreta um bloqueio na aprendizagem”. Cabe ressaltar que essas dificuldades também são sentidas pelos alunos da educação superior.

Levando em consideração as dificuldades apresentadas pelos alunos na disciplina de matemática, pesquisas como a de Bertoni (2009) apontam que um dos conteúdos do Ensino Fundamental que os alunos possuem mais dificuldades é o de frações. O autor ainda afirma que avaliações e pesquisas demonstram o baixo rendimento dos estudantes no tema.

Os estudantes têm contato com o assunto de frações ainda nos primeiros anos do ensino fundamental. Segundo a BNCC este aparece no 4º ano, nesta etapa os alunos devem reconhecer as frações unitárias mais usuais, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$, como unidades de medidas menores que uma unidade, utilizando para isso a reta numérica. Campos e Rodrigues (2007) afirmam que o entendimento da ideia de unidade é um dos meios fundamentais para que os alunos consigam construir o conceito de fração. Depois disso eles passam a estudar frações nas séries seguintes que constituem todo o ensino fundamental. Neste período eles devem estudar os

conceitos de frações como, por exemplo, seus tipos e operações. Quando os alunos chegam no ensino médio, eles passam a utilizá-las como ferramentas que auxiliam na resolução de atividades, neste caso, a não assimilação dos conceitos pode ser um empecilho para a aprendizagem dos alunos.

Assim, o conhecimento deste conteúdo é um dos mais relevantes para os estudantes, uma vez que ele é fundamental para o ensino e aprendizagem de conteúdos posteriores. De Oliveira e Basniak (2021, p. 15) reforçam isso ao afirmar que “o entendimento de frações é fundamental para o desempenho matemático do estudante durante toda sua vida escolar, além de ser essencial para a compreensão de outros conteúdos e tópicos importantes da Matemática, como Álgebra, Funções e Equações”, sendo também essencial no estudo de resoluções de problemas.

Fortalecendo essa ideia, Fernandes (2008, p. 6) diz que a aprendizagem de números racionais “constitui a base para outros conteúdos de cunho fortemente social como é o estudo das medidas e da proporcionalidade, que leva o trabalho com porcentagem e juros e outras formas de mensurar grandezas”. Então, é essencial que os estudantes consigam compreender os conceitos fracionários para que tenham a capacidade de operar e manipular frações e assim assimilarem os próximos conteúdos que necessitem do seu uso.

Por mais que esse seja um conteúdo recorrente no ensino, ele aparece com menos frequência no cotidiano. Grande parte dos problemas diários são resolvidos com os números naturais e decimais, ficando os números fracionários para o entendimento de razões, escalas e porcentagens, sendo frequentes nas receitas culinárias (BERTONI, 2009). Segundo Cavalieri (2005) o uso limitado das frações no dia a dia é uma das razões pelas quais os alunos têm dificuldade com o conteúdo, pois como diariamente não são oferecidas oportunidades para os alunos se familiarizarem com as frações, acabam esquecendo e conseqüentemente não sabendo calcular.

Ainda conforme Cavalieri (2005), no estudo do conteúdo de frações o importante não é a memorização das definições e regras, onde não há uma compreensão, mas a possibilidade de aprendizado saudável, no qual o aluno possa participar de todo o processo que se dá a aquisição do seu conhecimento, sendo possível que ele seja consciente de que está aprendendo e compreendendo o conteúdo.

Bertoni (2009) corrobora com esta ideia ao salientar que o conhecimento de frações e dos números fracionários não pode ser adquirido apenas com a divisão de figuras geométricas em partes iguais e a memorização das operações que surgem como regras de repente. Pois assim

os alunos não conseguirão compreender os significados iniciais do conteúdo e consequentemente terão dificuldades para construir o conceito de número fracionário.

Pesquisas apontam que o conhecimento dos números fracionários não ocorre tão facilmente como com os números naturais, apesar do primeiro ser uma extensão do segundo. Campos e Rodrigues (2007) destacam que a compreensão dos números fracionários envolve muitos aspectos que são considerados obstáculos para o seu entendimento, pois como ocorre esta extensão, os alunos tentam fazer ligações com os conhecimentos adquiridos anteriormente. Estas ligações algumas vezes são válidas e outras não, isso faz com que os alunos fiquem confusos, sintam dificuldades e acabem cometendo erros. Soares (2014, p. 18 e 19) corrobora com este pensamento ao afirmar que

durante a aprendizagem dos Racionais podem ocorrer obstáculos epistemológicos advindos do ensino e das aprendizagens anteriores relacionadas a conhecimentos pertinentes aos Números Naturais, que formam uma espécie de nó de resistência para a apreensão do conceito de frações. Acredita-se que esses nós podem ser identificados pelos erros que aparecem no curso da aprendizagem.

Estes obstáculos aparecem, por exemplo, quando os alunos se deparam com a comparação de frações. Por ter aprendido anteriormente que 3 é menor que 5, quando vão ordenar os números fracionários intuitivamente colocam que $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{5}$, pois o oposto iria contrariar a percepção que eles possuem dos números naturais. Souza (2019) reforça que quando as frações possuem denominadores iguais os alunos conseguem saber qual a fração maior justamente por indicar que será a que possui o maior valor no numerador. No entanto, quando se deparam com frações com numeradores iguais, eles aplicam o mesmo raciocínio e acabam cometendo erros.

As dificuldades sentidas pelos alunos também são perceptíveis quando precisam fazer a equivalência de frações. Muitas vezes os estudantes não conseguem identificar quando uma fração é equivalente a outra. Segundo Macêdo (2013) isso pode ocorrer porque os alunos não aprenderam como simplificar frações.

Muitas dificuldades apresentadas pelos alunos também são percebidas quando eles realizam as operações fundamentais. Macêdo (2013) ainda ressalta que os estudantes apresentam dificuldades em realizar as operações de soma e subtração de frações seja com denominadores iguais ou diferentes, muitas vezes realizando essas operações como fazem com os números naturais. Ela também afirma que eles não conseguem entender o processo para resolver a divisão de frações, ou seja, a transformação de divisão para multiplicação, o que faz com que cometam erros.

Nesta perspectiva é fundamental que os estudantes além de compreenderem o conceito de números fracionários e seus diferentes significados, também consigam entender as noções, de ordem, equivalência, simplificação e operações. Também é importante que entendam que os números fracionários são uma extensão dos naturais, mas que nem sempre que eles aplicarem os conhecimentos adquiridos com os naturais nos racionais vai ser válido.

Com isso, vendo a importância que os números fracionários têm para o ensino, foi feita uma análise da Base Nacional Comum Curricular. O objetivo foi verificar as orientações propostas pelo documento para o ensino de matemática e, especificamente, para o ensino do conteúdo de frações. Estas serão apresentadas no subcapítulo a seguir.

2.4 AS ORIENTAÇÕES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA PROPOSTO PELA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR-BNCC

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC é um documento de suma importância para a Educação Básica. A BNCC com as etapas para a Educação Infantil e para o Ensino Fundamental foi aprovada em 2017 e no ano seguinte ocorreu a homologação para o Ensino Médio. Esse documento é composto por uma série de conteúdos essenciais que devem ser desenvolvidos na Educação Básica. Conforme registrado no documento oficial, a BNCC

é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento. (BRASIL, 2018, p. 7).

Nessa perspectiva, esse documento normativo enfatiza as aprendizagens que os estudantes devem ser capazes de desenvolver em cada ano de estudo, ou seja, em cada etapa que constitui a Educação Básica é apresentado um conjunto de normas que devem ser seguidas e aplicadas. Então este documento é uma referência nacional para o desenvolvimento dos currículos dos sistemas escolares e das propostas pedagógicas, além de contribuir para que outras políticas e ações sejam alinhadas.

Com isso, espera-se que a BNCC “ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, enseje o fortalecimento do regime de colaboração entre as três esferas do governo e seja balizadora da qualidade da educação” (BRASIL, 2018, p. 8). Para que isso aconteça, um patamar comum de aprendizagem a todos os estudantes deve ser garantido.

O documento elenca dez competências gerais que devem ser desenvolvidas ao longo da Educação Básica pelos estudantes e, para que haja esse desenvolvimento, as aprendizagens

essenciais que são definidas no documento devem ocorrer. Essas competências consolidam os direitos de aprendizagem e de desenvolvimento (BRASIL, 2018).

A matemática tem papel fundamental na aprendizagem, não se restringindo apenas ao desenvolvimento no espaço escolar, mas também ao desenvolvimento das crianças no cotidiano. Em conformidade, a BNCC (2018, p. 265) ressalta que o conhecimento matemático “é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais”.

A BNCC afirma que o Ensino Fundamental deve ter compromisso em desenvolver o letramento matemático. Este é definido como “as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos” (BRASIL, 2018 p. 266). Neste quesito, os alunos devem utilizar os conceitos matemáticos, assim como suas ferramentas para resolver problemas em diferentes contextos sociais.

Então, o letramento matemático faz com que os estudantes reconheçam a importância da aplicabilidade da matemática na sociedade, sejam capazes de perceber o caráter de jogo intelectual da disciplina como um aspecto que vai favorecer os raciocínios lógicos e críticos, além de estimular a investigação (BRASIL, 2018).

A BNCC define um conjunto de competências específicas na área de conhecimento de matemática que devem ser cumpridas durante a educação básica do estudante.

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018, p. 263)

A primeira competência traz a necessidade de reconhecer a matemática como uma ciência humana, que se preocupa com as diferentes culturas e momentos históricos. Na segunda os alunos devem ter o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da capacidade da produção de argumentos convincentes. Seguindo as competências, vimos que os alunos devem entender que existe uma relação entre os diferentes campos da matemática e as outras áreas de conhecimento.

As competências também destacam que os estudantes devem ser capazes de fazer observações sistemáticas quantitativas e qualitativas, fazer uso de tecnologias digitais, com o intuito de resolver problemas. Também devem conseguir enfrentar situações-problemas em múltiplos contextos, além de desenvolver e discutir projetos que envolvem questões de urgência social. A última destaca a questão da interação, que deve ocorrer de forma cooperativa, onde o pensamento do outro deve ser respeitado possibilitando o aprendizado com ele.

Em relação as unidades temáticas da área de matemática, a BNCC propõe cinco. Todas estão correlacionadas e conduzem a formulação das habilidades a serem desenvolvidas durante cada ano que constitui o ensino fundamental.

A unidade temática **Álgebra** desenvolve o pensamento algébrico que é fundamental na utilização de modelos matemáticos para compreender, representar e analisar as relações quantitativas de grandezas, utilizando letras e outros símbolos. Para que isso ocorra, é preciso que os estudantes façam a identificação de regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas, criem, interpretem e transitem entre as diferentes representações gráficas e simbólicas para que seja possível a resolução de problemas usando equações e inequações (BRASIL, 2018).

A unidade temática **Números** vai desenvolver o pensamento numérico, sendo assim, os alunos devem desenvolver ideias que são fundamentais na matemática, ou seja, aproximação,

proporcionalidade equivalência e ordem. Nesse sentido é fundamental sucessivas aplicações dos campos numéricos onde devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações propostas através de situações significativas (BRASIL, 2018).

Na unidade temática **Geometria**, há o estudo de conceitos e procedimentos que são fundamentais para solucionar problemas do mundo físico e das diferentes áreas de conhecimento. Então para que o pensamento geométrico do aluno seja desenvolvido, eles devem estudar as posições e deslocamentos no espaço, as formas e relações entre os elementos de figuras planas e espaciais (BRASIL, 2018).

A unidade temática **Grandezas e medidas**, de acordo com a BNCC (2018), favorece a integração entre a matemática e as outras áreas de conhecimento, através do estudo feito com as medidas e as relações entre si. Além disso contribui para consolidar e ampliar a noção de número, ampliar as noções geométricas e construir o pensamento algébrico.

A unidade temática **Probabilidade e estatística** estuda a incerteza e o tratamento de dados ao propor a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos que aparecem em situações-problema da vida cotidiana, da ciência e da tecnologia (BRASIL, 2018).

A seguir será mostrado como o ensino do conteúdo da presente pesquisa está proposto pela BNCC para o conteúdo de fração.

2.4.1 O ensino de frações proposto pela BNCC

O conteúdo da presente pesquisa faz parte da unidade temática números. Ao estudar essa temática, vimos que para que haja o desenvolvimento dos conceitos numéricos em relação aos números fracionários, os alunos devem ser capazes de resolver problemas que envolvam números racionais utilizando as operações fundamentais. Considerando que a pesquisa foi realizada com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, foi feita a análise de como a BNCC trata deste conteúdo nessa etapa de ensino.

Observando os objetos de conhecimento na unidade temática de números do 6º ao 9º ano, vimos que de acordo com a BNCC, o conteúdo de frações aparece com relevância no 6º e 7º ano. No sexto ano os alunos devem estudar, por exemplo, as frações com os significados de parte/todo e quociente, equivalência, comparação e operações com números racionais (BRASIL, 2018).

Conforme a BNCC, são definidas seis habilidades que os alunos devem desenvolver no sexto ano em relação ao conteúdo de frações. Estas habilidades serão apresentadas a seguir:

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. (EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. (BRASIL, 2018, p. 301)

Neste sentido, ao final do sexto ano os alunos devem ser capazes de conseguir fazer comparações, ordenações, leituras e escritas dos números racionais representados na forma decimal. Comparar e ordenar frações e fazer a identificação de frações equivalentes. Compreender a relação que existe entre os números racionais nas formas fracionárias e decimais. Além de serem capazes de resolver problemas utilizando as quatro operações.

Já no sétimo ano os alunos devem aprender os diferentes significados para fração, usos, ordenação, associação e operações dos números racionais tanto na sua representação decimal quanto fracionária. Em questão das habilidades a BNCC define cinco, são elas:

(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza. (EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. (EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais. (BRASIL, 2018, p. 307).

Assim como no ano anterior, no sétimo ano os alunos devem ser capazes de fazer a comparação e ordenação de frações, entender como utiliza multiplicação e divisão de números fracionários, além de solucionar problemas que envolvam as operações com números racionais.

2.5 O USO DE MATERIAL CONCRETO COMO ESTRATÉGIA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino de matemática pode ser deveras desestimulante. Isso acontece por vários fatores, entre eles podemos citar o tipo de aula ministrada pelos docentes. Estas tendem a seguir sempre o mesmo padrão: o professor faz a explicação do conteúdo, resolve exemplos que podem apresentar diferentes graus de dificuldades e passam exercícios para que os alunos

apliquem o que foi aprendido seguindo o mesmo procedimento e consigam fixar o conteúdo estudado.

Conforme Freire (1987), esse processo de ensino se torna um ato de depositar, onde os alunos são os depositários e os professores os depositantes, pois o professor faz os depósitos que os educandos recebem, memorizam e repetem. Daí surgiu a concepção “bancária” da educação. Sendo assim, ainda de acordo com o autor, neste tipo de ensino não há criatividade, transformação e nem saber, sendo o último apenas uma doação dos que se julgam sábios aos que se julgam nada saber.

Em seu outro livro designado *Pedagogia da Autonomia* (1996 p. 13) Freire comenta que “o formando, desde o princípio mesmo de sua experiência formadora, assumindo-se como sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”. Nessa perspectiva, o professor possui um papel importante no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes e, desse modo, deve buscar alternativas diferentes e que possam suprir as necessidades apresentadas pelos alunos na disciplina de matemática, além de tornar as aulas mais divertidas e atrativas.

Sendo assim, acreditamos ser fundamental para o ensino o uso de recursos didáticos que sirvam como facilitadores para a aprendizagem de conteúdos matemáticos e que possibilitem uma participação maior dos alunos na construção do seu próprio conhecimento. A Base Nacional Comum Curricular reforça esse pensamento ao considerar que o uso desses recursos é fundamental para que os alunos compreendam as noções matemáticas.

Lorenzato (2012, p. 18) considera que o “material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto o MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros”. Ainda conforme o autor, para que o professor escolha o material mais adequado, ele precisa se perguntar para que deseja utilizar: para a apresentação de conteúdos, memorização dos resultados, motivar os alunos dentre outros questionamentos que auxiliarão nesta escolha. O autor ainda ressalta que a atuação do professor determina o sucesso ou fracasso escolar. Para que os alunos aprendam de forma significativa, o docente deve saber traduzir o conteúdo a ser ensinado e utilizar corretamente os materiais didáticos. Sendo assim, a eficiência do recurso depende mais do educador do que do próprio material

Uma das propostas metodológicas que auxiliam no processo de aprendizagem dos estudantes é o material didático concreto. Perez e Turrioni (apud LORENZATO, 2012, p. 61) sustentam que esse tipo de material “exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a

observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos”.

Em consonância com as ideias dos autores supracitados, Soares (2014, p. 18) enfatiza que

o uso do material concreto tem cada vez mais sido apontado como ferramenta capaz de auxiliar no processo de aprendizagem de matemática e na formação dos conceitos matemáticos de forma mais significativa, tal que seja possível aos alunos perceberem a importância daquilo que estão aprendendo e estabelecerem conexões com demais disciplinas e seu cotidiano.

Pesquisas como as de Macêdo (2013), Fernandes (2008), Witt (2018), Soares (2014) e Cavalieri (2005) indicam que este tipo de recurso pode facilitar o entendimento dos alunos em relação aos números racionais. Vimos que este conteúdo possui algumas dificuldades. Então, os professores devem procurar utilizar alternativas diferentes que sirvam para motivar os alunos, auxiliar no aprendizado e tornar as aulas diferentes e atrativas. Sendo assim, este tipo de recurso se torna um bom aliado para o ensino.

Souza (2019) ressalta que o uso de materiais concretos pode auxiliar, por exemplo, na compreensão dos alunos no que se refere à comparação de frações. Com esse tipo de recurso, o estudante será capaz de identificar qual a fração maior ao visualizar as divisões de um inteiro, vendo que se um inteiro foi dividido em pequenos pedaços, maiores serão as partes, caso contrário, as partes serão menores.

Macêdo (2013) reforça que o uso desses materiais auxilia no ensino e aprendizagem dos estudantes em relação às operações entre números fracionários, pois através deste tipo de material o estudante é capaz de visualizar os cálculos e entender o processo que envolve a resolução das operações.

Sendo assim, pensando na importância que o material concreto tem para o ensino e aprendizagem de frações e no contexto histórico do conteúdo em questão, esta pesquisa utiliza como material didático cordas marcadas com nós e pedaços de papéis cartões de diferentes cores e tamanhos. Acredita-se que o uso destes recursos poderá auxiliar o entendimento dos alunos em relação ao ensino do conteúdo.

Os materiais poderão ser usados em conjunto ou utilizando apenas a corda, o uso vai depender de qual parte do conteúdo de fração está sendo ensinado e a forma como o professor quer utilizar. Por exemplo, a corda sozinha pode ser utilizada para o ensino de frações unitárias ou comparação de frações.

Ao usar as cordas e os pedaços de papéis, poderão ser estudadas representações fracionárias, além da soma e subtração de frações com denominadores iguais assim como nas comparações de frações. Isso pode acontecer quando os alunos realizam a medição dos pedaços

de papel e encontram a quantidade de vezes que as unidades marcadas cabem no pedaço de papel.

Cabe ressaltar que o material a ser medido não precisa ser necessariamente pedaços de papéis cartões. Os professores podem substituir este material por outro que ache mais adequado à turma e que seja mais fácil de manusear, como pedaços de madeiras, caixas, objetos utilizados pelos alunos como canetas, lápis, borrachas, cadernos, livros. No entanto, os materiais precisam ter diferentes tamanhos e ter sido previamente medidos pelo professor, além de serem ofertados em quantidade suficiente para os alunos, a depender de como será a dinâmica feita pelo docente.

Em relação à corda, o docente pode utilizar diferentes tamanhos e espessuras, bem como diferentes tipos de materiais. Em relação aos tamanhos, deve ser levado em conta os materiais que serão utilizados, atentando sempre a não utilizar tamanhos que sejam menores que os objetos a serem medidos. Quanto ao tipo de material da corda e a espessura, o educador pode escolher o que seja mais adequado para trabalhar. Estes materiais podem ser produzidos facilmente, sem muito custo e moldados de acordo com as necessidades do professor e da turma.

CAPÍTULO II

3 METODOLOGIA: o delineamento da pesquisa

3.1 ABORDAGEM E TIPO DE PESQUISA

O objetivo deste trabalho é explorar o uso do método de medição com cordas como estratégia metodológica na aprendizagem de conceito de número fracionário, sua comparação e operações de soma e subtração com denominadores iguais. Acredita-se que a medição com cordas pode contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo fracionário. Assim, no presente capítulo será apresentada a metodologia adotada nesta pesquisa e os procedimentos utilizados.

Nessa perspectiva, a pesquisa realizada tem abordagem qualitativa, pois esta permite analisar, descrever e retratar os dados obtidos no ambiente em que o pesquisador possui um contato direto durante a aplicação de atividades elaboradas sobre a temática. Sendo assim, na abordagem qualitativa

a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. O pesquisador mantém contato direto com o ambiente e o objeto de estudo em questão, necessitando de um trabalho mais intensivo de campo. Nesse caso, as questões são estudadas no ambiente em que elas se apresentam sem qualquer manipulação intencional do pesquisador. PRODANOV; FREITAS (2013, p. 70)

Dessa forma, para que haja uma pesquisa qualitativa o pesquisador deve escolher um ambiente que esteja de acordo com o problema a ser solucionado e participar de forma efetiva de todo o processo, fazendo um trabalho de campo intenso, onde não deve haver qualquer tipo de interferência do pesquisador que possa vir a manipular os resultados obtidos com as questões.

No que se refere ao tipo de pesquisa inspiramos a proposta na pesquisa-ação que conforme Thiollent (1986, p. 14) é definida como

[...] um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

Neste sentido, a pesquisa-ação foi escolhida como metodologia para este estudo, pois queríamos investigar o ensino de frações no 7º ano do Ensino Fundamental, com 25 alunos de um Colégio de Barreiras e posteriormente aplicarmos o método de medição com cordas como estratégia metodológica para o ensino e aprendizagem do conteúdo.

3.2 ETAPAS DA PESQUISA

Para que o estudo fosse mais eficaz, os dados foram obtidos através de observações e questionários. A observação é uma forma eficaz e constitui um elemento básico para uma pesquisa qualitativa. Segundo Gil (2008), a observação desempenha um papel importante em todas as etapas da pesquisa, sendo que na parte da coleta de dados o seu papel se torna mais claro.

Os questionários também são instrumentos que possuem grande importância para o processo de pesquisa, eles são constituídos de questões abertas e/ou fechadas que buscam esclarecer informações para questões que intrigam o pesquisador. Segundo Gil (2008, p.121), “as respostas a essas questões é que irão proporcionar os dados requeridos para descrever as características da população pesquisada ou testar as hipóteses que foram construídas durante o planejamento da pesquisa”. Sendo assim, nesta pesquisa foram utilizados três questionários que buscaram identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao ensino de frações e as contribuições do método para o ensino do conteúdo em relação aos seguintes questionamentos:

- As dificuldades apresentadas pelos alunos ao conceituar frações;
- As dificuldades encontradas para comparar as frações;
- Os erros cometidos nas operações de soma e subtração de frações com denominadores iguais;
- Contribuições do método de medição com cordas;
- Percepções dos envolvidos sobre a experiência da utilização do método.

Esta pesquisa foi realizada em três encontros. No primeiro, nosso intuito foi identificar o nível de aprendizagem que os alunos tinham no entendimento e na comparação de frações, bem como avaliar se eles conseguiam fazer operações envolvendo soma e subtração de frações com denominadores iguais. Para isso, foi entregue aos alunos um questionário diagnóstico (Apêndice I). Com as informações obtidas, foi possível identificar quais os erros cometidos pelos alunos e quais empecilhos corroboravam para isso, além de servir como parâmetro para a avaliação do último teste (Apêndice II).

No segundo encontro, foi realizada com os alunos uma aula prática utilizando a estratégia metodológica de medição com cordas. Inicialmente mostrando para os alunos como o método era utilizado para que fosse possível chegar em uma representação fracionária, fazer comparações e realizar operações de soma e subtração. Isso foi realizado através de indagações

com os alunos. Posteriormente foi feito um momento prático com os alunos no qual eles realizaram as medições.

No terceiro encontro foi aplicado o questionário pós-teste. Este teve o objetivo de verificar se houve uma evolução com relação à aprendizagem dos alunos nos conceitos ensinados através do método e averiguar a eficácia dele como meio facilitador de compreensão do conteúdo. Neste momento também foi entregue um questionário (Apêndice 3) para a professora regente, com o intuito de descobrir suas opiniões a respeito do método aplicado.

Para finalizar, fizemos a análise dos dados obtidos para concluir se de fato houve uma melhora na aprendizagem dos alunos e, assim, concluir se o método de medição com cordas como estratégia metodológica contribui para o ensino e aprendizagem de frações em relação ao conceito, comparação e às operações de soma e subtração de frações com denominadores iguais.

3.3 SUJEITOS ENVOLVIDOS NA PESQUISA

Como o objetivo era investigar o ensino de frações em relação ao seu conceito, comparação e operações de soma e subtração com denominadores iguais, através da análise feita na BNCC foi possível constatar que ao final do 6º ano os alunos deveriam possuir esses conhecimentos. Assim, a pesquisa foi realizada em um colégio municipal da cidade de Barreiras/BA com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, visto que, os alunos que estudam no ano de ensino em questão, seriam o público ideal, por já terem adquirido os conhecimentos a serem investigados no ano anterior.

3.4 ÉTICA NA PESQUISA

A ética é um ramo da filosofia que estuda o comportamento adequado das pessoas na sociedade. Isso envolve a conduta correta adotada diante das situações. Assim, a ética também deve ser adotada ao realizar uma pesquisa.

Conforme Prodanov e Freitas (2013, p. 45) a ética na pesquisa indica que o estudo deve ser realizado de maneira moralmente correta e que as pesquisas realizadas com seres humanos devem seguir os parâmetros éticos, respeitando e preservando a integridade dos sujeitos envolvidos na pesquisa. Assim, com o intuito de manter a ética e o sigilo para com todos os envolvidos, em nenhum dos momentos deste trabalho serão mencionados os nomes dos alunos, do professor regente e nem da escola onde os mesmos estão inseridos.

CAPÍTULO III

4 EMPREGO DA METODOLOGIA, ANÁLISE E RESULTADOS

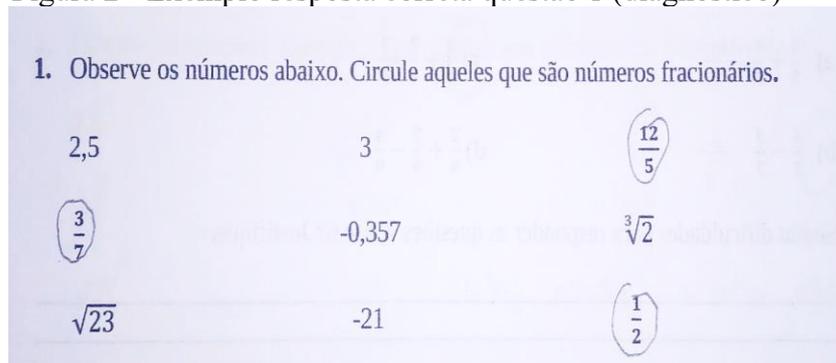
Neste capítulo, analisaremos o questionário diagnóstico, pós-teste e o respondido pela professora, bem como a abordagem do processo de desenvolvimento da experiência didática utilizando o método de medição com cordas.

4.1 QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Antes de aplicar o teste, foi explicado para os alunos qual a finalidade deste e os próximos passos do estudo. Em um momento anterior, a professora da turma já havia conversado com os alunos a respeito e todos tinham aceitado participar do questionário diagnóstico e das próximas etapas da pesquisa.

A análise foi feita inicialmente com o questionário diagnóstico o qual foi respondido por 25 alunos. Na primeira questão foi pedido que os alunos circulassem, entre alguns números, aqueles que representavam um número fracionário. O intuito com esta questão era descobrir se os alunos tinham noção da representação de um número racional. O resultado foi satisfatório. 23 alunos circularam as opções corretas e 2 circularam respostas diferentes do esperado. Observe as figuras abaixo.

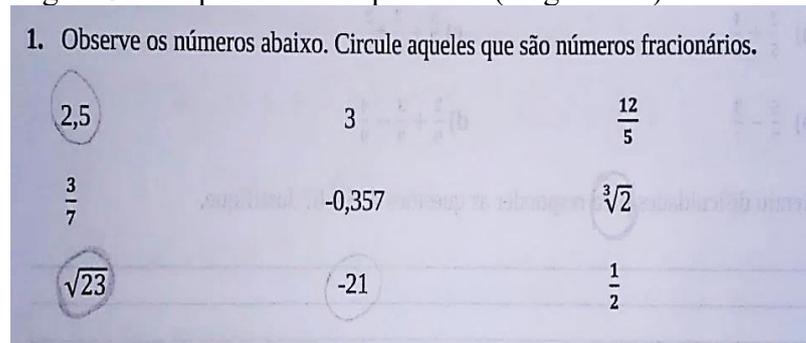
Figura 2 - Exemplo resposta correta questão 1 (diagnóstico)



Fonte: Própria autora

Na Figura 2 temos um exemplo das respostas nas quais os alunos circularam as opções corretas. Com isso, foi possível observar que alguns estudantes possuem entendimento de representação de números fracionários.

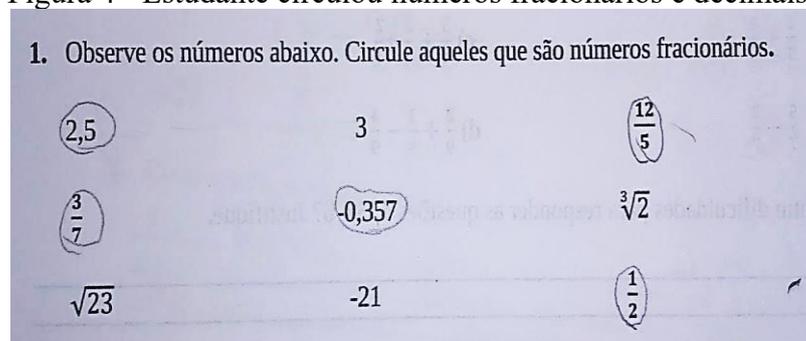
Figura 3 - Resposta errada questão 1 (diagnóstico)



Fonte: Própria autora

Na figura acima, nenhuma das opções marcadas representam um número fracionário, levando a perceber que este aluno não possui noção sobre representação de números fracionários. Na figura mostrada a seguir, é apresentada uma resposta que o aluno, além de circular as opções corretas, também circulou os números decimais. Isso mostra que o aluno tem possível conhecimento sobre a relação dos números fracionários e decimais, visto que, essa é uma das habilidades que os estudantes devem desenvolver durante o sexto ano conforme a BNCC (2018), ou que houve uma confusão entre os conceitos de número decimal e número fracionário.

Figura 4 - Estudante circulou números fracionários e decimais



Fonte: Própria autora

A seguir são apresentadas algumas das respostas dadas pelos alunos quando questionados como eles haviam aprendido frações:

- “Como se fosse uma pizza”.
- “Primeiramente eu aprendi com meu tio, quando ele mandou eu cortar a pizza em $\frac{3}{8}$ ”.
- “Eu aprendi que se tivesse um total de quadrados, bolas... e tem um total deles marcados ou retirados ou divididos serão uma fração por exemplo, uma pizza dividida”.

- *“Eu aprendi com o número tem que ser um em cima e outro em baixo e depois somar com os outros”.*

Com as respostas obtidas foi possível constatar que o ensino de frações é baseado em situações corriqueiras, como por exemplo a divisão de pizzas. Isto comprova o que afirma Santos (2019) ao considerar que é comum no ensino de conceito de fração as usuais divisões de figuras como chocolate ou pizzas em partes iguais.

Quando questionados se sentiam dificuldades com o conteúdo, as respostas foram bem variadas. Abaixo são apresentadas algumas respostas para esta questão:

- *“Eu não sinto muito, só quando fico muito tempo sem estudar quando vou fazer eu esqueço.”*
- *“Sim, porque ela é um pouco complicada para mim”.*
- *“Às vezes entendo, fico meio com medo e ansioso”.*
- *“Não muito, pois já vejo a um bom tempo”.*
- *“Não, não é complicado”.*
- *“Não muito só as vezes que esqueço algumas regrinhas”.*

Algumas das respostas dadas foram em relação a não sentir dificuldades com as frações. Observando o questionário dos estudantes que relataram isso, foi possível constatar que para alguns, certas dificuldades permanecem. Com isso, percebemos que os alunos consideram o conteúdo fácil, porém apresentam complicações no curso da aprendizagem. Isso comprova os resultados encontrados nas pesquisas feitas por Nascimento (2022), onde indicam que os estudantes até consideram o conteúdo de frações fácil, porém este é um dos assuntos que eles possuem mais dificuldades.

Na questão quatro foi solicitado que os alunos indicassem o numerador, o denominador e a fração correspondente às partes coloridas das figuras. Um total de 9 alunos conseguiram responder corretamente as quatro opções e 2 estudantes acertaram 3 delas. Em relação aos outros alunos houve 14 respostas erradas, destes 10 analisaram as frações como uma relação parte/parte, 1 deixou em branco, 1 aluno trocou numerador com denominador e 2 deram respostas totalmente diferentes do esperado. As figuras abaixo mostram algumas das respostas para esta questão.

A Figura 5 mostra um exemplo das respostas certas dadas por alguns alunos. É possível notar que o estudante conseguiu definir corretamente numerador, denominador e fração. Isso mostra que ele possui conhecimentos em relação ao significado de fração na representação parte/todo.

Figura 5 - Exemplo resposta correta questão 4 (diagnóstico)

		Numerador	Denominador	Fração
a)		3	7	$\frac{3}{7}$
b)		4	9	$\frac{4}{9}$
c)		5	14	$\frac{5}{14}$
d)		7	24	$\frac{7}{24}$

Fonte: Própria autora

Na Figura 6 é possível observar que o estudante respondeu considerando a relação parte/parte. Note que ele indicou como numerador os espaços pintados e como denominador os que não estão pintados.

Figura 6 – Exemplo resposta incorreta questão 4 (diagnóstico)

		Numerador	Denominador	Fração
a)		3	4	$\frac{3}{4}$
b)		4	5	$\frac{4}{5}$
c)		5	9	$\frac{5}{9}$
d)		7	17	$\frac{7}{17}$

Fonte: Própria autora

A observação feita na resposta acima também é notada na figura abaixo onde um dos estudantes indicou que o numerador correspondia aos espaços pretos e o denominador aos brancos.

Figura 7 – Resposta considerando a relação parte/parte (diagnóstico)

		Numerador	Denominador	Fração
a)		Pretos	brancos	$\frac{3}{3}$
b)		Pretos	brancos	$\frac{4}{5}$
c)		Pretos	brancos	$\frac{5}{9}$
d)		Pretos	brancos	$\frac{7}{17}$

Fonte: Própria autora

O raciocínio aplicado pelos estudantes que responderam às questões mostradas nas Figuras 6 e 7 foi o mesmo para a grande maioria dos alunos, isso mostra que é comum os

estudantes confundirem a relação parte/todo com a relação parte/parte. Esse tipo de observação comprova o que foi afirmado por Wheeldon (*apud* SANTOS, 2019) quando ele ressalta que os alunos costumam confundir essas relações.

Observe na figura a seguir que o estudante, além de considerar a relação parte/parte, não conseguiu representar o número fracionário. É possível perceber que ele considerou como resposta que as frações seriam a soma de todos os quadrados. Isso mostra que o aluno não compreendeu o conceito de frações e suas representações, isso é evidenciado em pesquisas como a de Campos e Rodrigues (2007).

Figura 8 – Aluno não conseguiu representar uma fração (diagnóstico)

		Numerador	Denominador	Fração
a)		4	3	7
b)		5	4	9
c)		9	5	14
d)		17	7	24

Fonte: Própria autora

Na Figura 9, é exibida uma resposta no qual o aluno não conseguiu definir nenhuma das três opções e entendeu que seria para marcar qual das opções dadas representam numerador, denominador ou fração. Isso mostra que, além da dificuldade sentida para conceituar frações, o aluno sentiu dificuldades para entender a questão ou não fez a leitura do enunciado. Isso comprova o que foi apontado nas pesquisas feitas por Campos e Rodrigues (2007), onde foi constatado que o número elevado de respostas incorretas, foi em parte, decorrência da leitura desatenta ou falta dela.

Figura 9 – Aluno não conseguiu definir numerador, denominador e fração

		Numerador	Denominador	Fração
a)			X	
b)		X		
c)			X	
d)				X

Fonte: Própria autora

Quando solicitados para completar as questões com “>” ou “<”, apenas um aluno errou todas as opções. Um total de 15 estudantes acertaram duas, 5 acertaram três, 2 deram respostas corretas para as quatro opções e 2 acertaram uma delas. A grande maioria das respostas indicaram que os alunos fizeram a comparação de acordo com os conhecimentos que possuíam dos números naturais. Este tipo de ligação que os estudantes tentam fazer com os números racionais e naturais foi apontada em pesquisas como as de Campos e Rodrigues (2007) e Soares (2014). Assim, por possuir um conhecimento prévio de que, por exemplo, 2 é menor que 3, eles responderam que $\frac{1}{2}$ é menor que $\frac{1}{3}$.

A figura a seguir mostra um exemplo dessas respostas. O aluno conseguiu acertar as opções c) e d) por serem frações com denominadores iguais e consequentemente a fração maior será a que possui o maior numerador e errou as opções a) e b), pois tentou aplicar o mesmo raciocínio. Porém, ele não é válido para frações com numeradores iguais. Esse tipo de observação constata o que foi evidenciado por Souza (2019), ao afirmar que os alunos conseguem fazer corretamente a comparação de frações com denominadores iguais exatamente por saber que a maior fração é a que possui o maior valor, porém cometem erros quando comparam frações com numeradores iguais.

Figura 10 – Fração maior possui o maior número (diagnóstico)

The figure shows four mathematical comparisons of fractions, each with a handwritten correction symbol above the comparison sign. The comparisons are arranged in a 2x2 grid:

- a)** $\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ (The student has written a less-than sign, but it is crossed out with a dashed line and a checkmark above it, indicating it is incorrect.)
- b)** $\frac{2}{5} > \frac{2}{3}$ (The student has written a greater-than sign, but it is crossed out with a dashed line and a checkmark above it, indicating it is incorrect.)
- c)** $\frac{7}{4} > \frac{3}{4}$ (The student has written a greater-than sign, which is circled in blue, indicating it is correct.)
- d)** $\frac{1}{6} < \frac{5}{6}$ (The student has written a less-than sign, which is circled in blue, indicating it is correct.)

Fonte: Própria autora

Na figura a seguir, é exibida uma resposta que o aluno fez a comparação de forma independente, ou seja, comparou número a número e não considerou a fração como um todo. Pode-se perceber que quando os números eram iguais, o aluno colocou o sinal de igualdade e os outros números foram comparados levando em consideração se eram maiores ou menores.

Figura 11 – Comparação de forma independente (diagnóstico)

a) $\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{5} > \frac{2}{3}$

c) $\frac{7}{4} > \frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{6} < \frac{5}{6}$

Fonte: Própria autora

A próxima figura mostra um exemplo de respostas onde os alunos conseguiram responder corretamente as opções a) e b) mas não as c) e d). É possível perceber que o aluno considerou que a fração maior é aquela que possui o menor número, independente das frações possuírem numeradores ou denominadores iguais.

Figura 12 – Fração maior possui o menor número (diagnóstico)

a) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$

c) $\frac{7}{4} < \frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{6} > \frac{5}{6}$

Fonte: Própria autora

Na questão seis os estudantes tinham que resolver operações de soma e subtração de frações com denominadores iguais. Nesta questão, 5 dos alunos conseguiram responder as 4 opções corretamente, 4 acertaram três delas, 3 acertaram uma, 2 acertaram duas das opções e 11 erraram todas. Analisando os dados, foram obtidas muitas respostas que utilizavam métodos errados e que mostravam que os estudantes tentaram aplicar os conhecimentos adquiridos com números naturais. Isso evidencia o que foi afirmado por Campos e Rodrigues (2007) e por Soares (2014). A seguir serão apresentadas algumas das respostas adquiridas para a questão seis.

Observe na Figura 13 que o estudante realizou as operações de soma e subtração de forma independente. Somando ou subtraindo numeradores e denominadores. Note que o raciocínio empregado foi o mesmo da Figura 11, onde o estudante fez a comparação de forma independente.

Figura 13 - Estudante considerou numeradores e denominadores de forma independente

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{10}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{6}{12}$

b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{0}$ d) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$

Fonte: Própria autora

Na figura abaixo é possível constatar que o estudante, para realizar as operações, fez uma multiplicação entre as diagonais obtendo uma soma no numerador e multiplicou os denominadores obtendo o denominador. O mesmo procedimento foi realizado nas letras a) e b). No entanto, observe que na letra c) ele já realizou os cálculos considerando somente numerador e denominador.

Figura 14 – Utilização de multiplicação

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{10+20}{25} = \frac{30}{25}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{7}{12}$

b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{35-21}{49} = \frac{14}{49}$ d) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$

Fonte: Própria autora

A próxima figura mostra que o estudante também utilizou as diagonais para resolver as questões. No entanto, diferente do exemplo anterior, o estudante fez as somas entre as diagonais e fez a adição dos resultados. Outras respostas também foram obtidas somando as diagonais. No entanto, os resultados obtidos determinavam quem era o numerador e denominador.

Figura 15 - Utilização de soma 1

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ $2+5=7$ $7+9=16$ c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$ $6+7=13$ $13+2=15$

b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$ $12+10=22$ d) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9}$ $11+12=23$ $23+13=36$

Fonte: Própria autora

Na figura abaixo, podemos visualizar que o estudante tentou fazer as operações somando ou subtraindo numerador e denominador. No item a), por exemplo, é possível notar que ele somou dois mais cinco e quatro mais cinco. Isso mostra que o aluno em questão não possui conhecimentos sobre operações com números fracionários.

Figura 16 – Utilização de soma 2

Handwritten work for Figure 16:

- a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ with a horizontal line below the fractions, and the result $\frac{7}{9}$ written below the line.
- b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$ with a horizontal line below the fractions, and the result $\frac{2}{4}$ written below the line.
- c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$ with a horizontal line below the fractions, and the result $\frac{7}{66}$ written below the line.
- d) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9}$ with a horizontal line below the fractions, and the result $\frac{1}{65}$ written below the line.

Fonte: Própria autora

Além das respostas acima que mostram diferentes procedimentos para resolver as questões dadas, obtivemos questões com respostas corretas. Alguns estudantes conseguiram responder as quatro opções e outros erraram algumas por não terem observado a troca de sinal. Observe a figura abaixo:

Figura 17 – Trocas de sinais (diagnóstico)

Handwritten work for Figure 17:

- a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$ (The entire equation is circled in red.)
- b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$
- c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{7}{4}$ (The entire equation is circled in red.)
- d) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$

Fonte: Própria autora

Ao analisar os dados obtidos na questão seis, foi possível observar que os estudantes apresentam dificuldades para somar e subtrair frações com denominadores iguais. Foi grande o número de respostas nas quais os estudantes tentaram responder utilizando cálculos independentes, não considerando a fração como um todo, além de tentar chegar nos resultados fazendo multiplicações desnecessárias. Sendo assim, foi constatado que os estudantes tentam realizar as operações fracionárias como realizam com os números naturais e apresentam um alto índice de dificuldade. Isso comprova o que foi ressaltado por Macêdo (2013).

Quando questionados se sentiram dificuldades para responder as questões 4, 5 e 6 a grande maioria respondeu afirmativamente. Abaixo são mostradas algumas dessas respostas

- *“Sim, eu me esqueci como se faz”.*
- *“Eu senti um pouco na questão 6, pois tem algumas contas que com mais só lembro dos primeiros números”.*
- *“Só na questão 5 porque eu não sei comparar muito frações”.*
- *“Na 4 e na 5 não, mas na 6 não lembro as regras”.*
- *“Só na 6”.*
- *“Sim, mais na 4”.*
- *“Essas estavam um pouco difíceis, mas conseguir terminar bem”.*

Analisando as respostas obtidas, foi possível constatar que a maioria dos estudantes sentiram dificuldades para responder de uma a três das questões. Entre as repostas, podemos perceber que os alunos dizem esquecer como fazer e que não lembram das regras. Assim concluímos que os estudantes memorizam o que está sendo ensinado e depois esquecem, isso comprova o que foi mencionado por Cavalieri (2005) ao afirmar que os estudantes apenas repetem as regras e os procedimentos realizados pelo docente, não tendo um verdadeiro aprendizado e não compreendendo o que está fazendo, resultando em conceitos malformados e esquecimento das regras.

Os dados obtidos neste primeiro questionário mostram as dificuldades que os alunos possuem ao manipular frações, concluindo que este é um conteúdo em que os estudantes possuem um elevado grau de dificuldade. Essa observação constata os resultados obtidos no estudo realizado por Bertoni (2009), onde aponta que os alunos possuem um baixo rendimento no conteúdo em questão.

4.2 DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA METODOLÓGICA: Medição com cordas no ensino de fração.

Para uma melhor visualização e entendimento do procedimento, discorreremos sobre a experiência organizando-a em momentos.

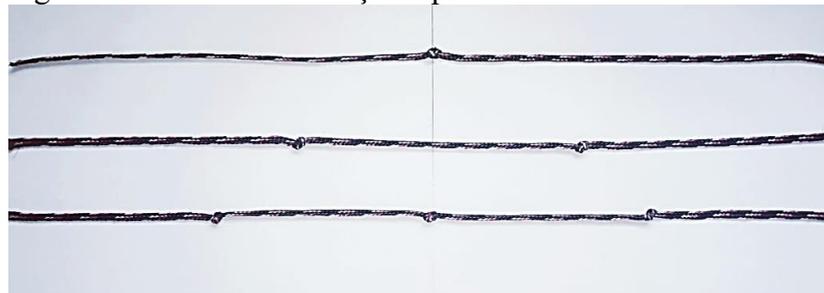
Segundo a BNCC (2018) o uso da história da matemática em sala de aula pode despertar o interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Sendo assim, no primeiro momento, foi feita uma breve explanação do surgimento das frações no Antigo Egito, falando sobre as demarcações realizadas com cordas, como indica Guelli (1992). O intuito era fazer com que os alunos fizessem uma ligação entre o método proposto e a sua

história. Em seguida, foi realizada a explicação do método juntamente com os materiais utilizados.

Iniciamos o experimento utilizando a medição com cordas para compreensão do conceito de fração. Para isso, sabendo da importância da ideia de unidade para o conceito de um número fracionário, como foi apontado por Campos e Rodrigues (2007) e a relevância de iniciar o estudo de frações utilizando unidades concretas, como foi indicado por Cavalieri (2005), foram utilizadas cordas de mesmos tamanhos, no entanto, com diferentes espaços para que os alunos conseguissem visualizar a noção de que uma unidade foi dividida em determinadas partes.

Inicialmente foi utilizada uma corda dividida ao meio por um nó e feitos questionamentos para que os alunos chegassem à conclusão de que uma unidade foi dividida em duas partes e conseguissem chegar na fração $\frac{1}{2}$. Depois foram utilizadas outras duas cordas de mesmo tamanho da anterior, porém divididas por dois e três nós. Ao fazer questionamentos e observações, os alunos chegaram na conclusão das frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$. Observe a figura abaixo, nela é possível observar as divisões realizadas, sendo possível encontrar as suas frações correspondentes. Os alunos não sentiram dificuldade para concluir qual a fração que representava cada corda.

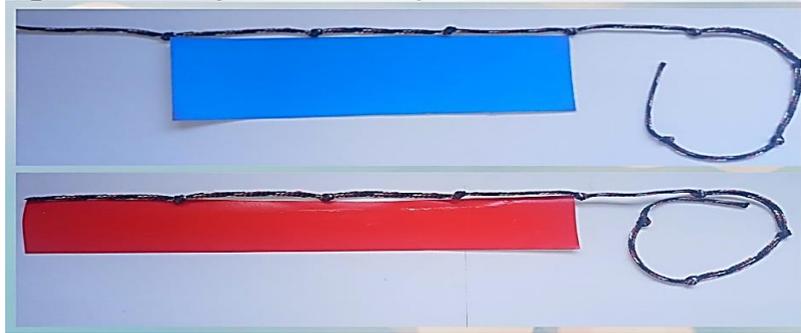
Figura 18 - Conceito de fração a partir da unidade



Fonte: Própria autora

Em seguida foi utilizada uma corda dividida em 9 partes e pedaços de papéis cartões de diferentes tamanhos e cores para uma melhor visualização. O intuito aqui era fazer com que os alunos chegassem em frações não unitárias, como por exemplo $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{9}$ e $\frac{5}{9}$ ao observarem as medições feitas nos papéis cartões. Observe a figura abaixo.

Figura 19 - Compreensão de frações não unitárias



Fonte: Própria autora

Nas medições realizadas, apresentadas na Figura 19, é possível notar claramente que a fração que representa o papel azul é dada por $\frac{3}{9}$, pois a corda é dividida por oito nós totalizando nove espaços. Ao realizar a medição deste pedaço, vimos que ele representa três destes espaços. O mesmo acontece com o papel vermelho que representa a fração $\frac{4}{9}$. Assim como no momento anterior, neste os alunos não tiveram dificuldades para encontrar as frações. Ao observarem as medidas feitas no papel, rapidamente eles falavam as frações.

Como os alunos já tinham uma ideia de como encontrar as frações, o momento seguinte foi utilizado para que compreendessem a ideia de comparação de frações. Esse momento foi dividido em dois. Primeiro foi utilizado o método de medição com cordas para comparar frações com numeradores iguais, foram usadas as mesmas cordas do primeiro momento, ou seja, as cordas divididas em 2, 3 e 4 partes e feita a comparação duas a duas. Utilizando as cordas divididas em 2 e em 3 partes e colocando uma embaixo da outra, foi solicitado que os alunos observassem o tamanho dos espaços existentes nas duas e indicassem qual a corda possuía o espaçamento maior, chegando à conclusão de que a dividida em dois possuía espaços maiores que a dividida em três.

O mesmo processo foi feito com as cordas divididas em três e em quatro, assim como nas cordas divididas em dois e em quarto. Vale ressaltar que, como no momento anterior os alunos já tinham determinado a fração correspondente a cada corda. Eles chegaram à conclusão de que

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$

Observe a figura abaixo:

Figura 20- Comparação de frações com numeradores iguais a 1

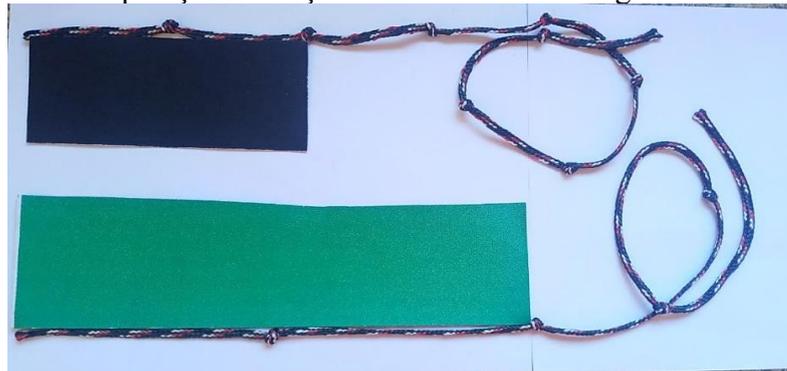


Fonte: Própria autora

Note que ao pedir para os alunos compararem a primeira e a segunda corda, foi possível perceber que os espaços existentes na corda que foi dividida por um nó são maiores do que na corda dividida por dois ou três nós. Sendo assim, eles conseguem visualizar usando a ideia de que quanto menor for a divisão de uma unidade, no caso a corda, maior serão os espaços. Consequentemente, maior será a fração. Do contrário, quanto mais divisões forem feitas, menores serão os espaços, o que significa que menor será a fração. Isso reforça o que foi constatado por Souza (2019) ao afirmar que os materiais concretos auxiliam na compreensão de comparação de frações.

Para numeradores diferentes de 1, foram utilizadas duas cordas, uma dividida em 5 espaços e a outra dividida em 9, e pedaços diferentes de papel cartão. Observe a figura abaixo:

Figura 21 - Comparação de frações com numeradores iguais diferentes de 1



Fonte: Própria autora

Note que a primeira corda foi dividida em nove espaços. Ao medir o papel preto, é possível chegar na fração $\frac{2}{9}$. A segunda corda foi dividida em cinco espaços. Após medir o papel verde, é encontrada a fração $\frac{2}{5}$. Ao observar os dois pedaços de papéis, os alunos conseguem observar que o papel verde é maior que o preto. Logo, conseguem concluir que a fração $\frac{2}{9}$ é

menor que $\frac{2}{5}$. Assim, os alunos chegaram à conclusão de que quando as frações possuem numeradores iguais, quanto menor o denominador maior será a fração.

Para comparar as frações com denominadores iguais, foram usadas cordas divididas em cinco e nove espaços e diferentes pedaços de papéis. Observe a figura:

Figura 22 - Comparação de fração com denominadores iguais



Fonte: Própria autora

Na corda dividida por cinco espaços, foi medido o cartão azul chegando na fração $\frac{2}{5}$ enquanto o papel preto correspondeu à fração $\frac{1}{5}$. Ao observar os tamanhos dos papéis, os alunos puderam perceber que o papel azul é maior que o preto. Logo, conseguiram concluir que $\frac{2}{5}$ é maior que $\frac{1}{5}$. O mesmo procedimento foi realizado na corda dividida em 9 espaços. Assim, os alunos conseguiram chegar à conclusão de que se as frações possuem denominadores iguais, quanto maior o numerador, maior será a fração.

A utilização dos materiais concretos foi fundamental para desenvolver a habilidade de comparação, como foi apontado por Souza (2019). Isso foi essencial para que os alunos desmitificassem a ideia de que “quanto maior o número maior será a fração”.

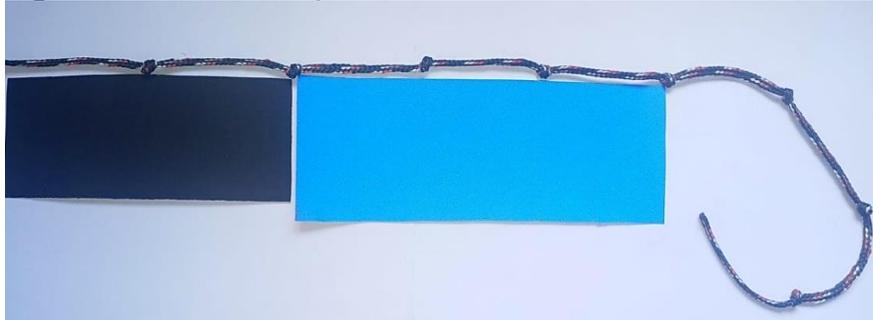
Em um momento posterior, foram utilizadas cordas de diferentes tamanhos e diferentes pedaços de papel cartão para que fosse possível realizar o estudo de soma e subtração de frações com denominadores iguais. Como foi indicado por Macêdo (2013) o uso de materiais concretos é relevante para o ensino das operações fracionárias, pois através da manipulação os estudantes terão a oportunidade de visualizar os cálculos e entender o processo. Inicialmente, foi utilizada uma corda dividida em 9 espaços e com ela foi medido o papel preto que correspondia à fração $\frac{2}{9}$. Em seguida, foi colocado ao lado deste o papel azul que correspondia a $\frac{3}{9}$.

Ao medir os dois papéis juntos e contarem a quantidade que representava os dois pedaços em relação à corda, os alunos conseguiram chegar na fração $\frac{5}{9}$, permitindo concluir que

$$\frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$$

Observe esse processo na figura abaixo:

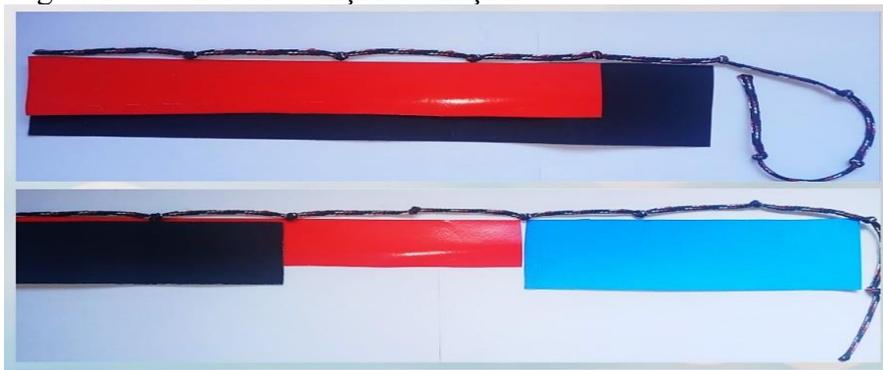
Figura 23 - Soma de frações



Fonte: Própria autora

O mesmo desenvolvimento foi realizado para o processo que envolvia subtração, com a diferença de que, ao invés de colocar um papel ao lado do outro, era colocado um sobre o outro. Na figura abaixo, tem-se uma representação de um processo envolvendo apenas subtração e outro envolvendo subtração e soma.

Figura 24 - Soma e subtração de frações



Fonte: Própria autora

Na primeira medição, foi realizada a subtração do papel preto que correspondia a $\frac{5}{9}$ com o vermelho que equivalia a $\frac{4}{9}$. Para que isso fosse possível, o papel vermelho foi colocado em cima do preto. O intuito era fazer com que os alunos percebessem que o resultado da subtração entre os dois seria o tamanho do papel preto que sobrou, ou seja, $\frac{1}{9}$ e chegassem à conclusão de que

$$\frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

Na segunda foi realizada a soma do papel vermelho que, como vimos, correspondia a $\frac{4}{9}$ mais o azul $\frac{3}{9}$, menos o preto que correspondia a $\frac{2}{9}$, fazendo com que os alunos percebessem que

$$\frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Com esse procedimento, foi possível que os alunos percebessem que na soma e subtração de frações com denominadores iguais, o denominador permanece o mesmo e são feitas as designadas operações com os numeradores.

O momento seguinte foi destinado à participação dos alunos. Por se tratar de uma aula que utiliza material concreto, era essencial que os estudantes pudessem utilizar os materiais e realizar as medições. Uma das competências descritas na BNCC para o ensino de matemática fala sobre a interação entre os pares, onde os estudantes devem trabalhar coletivamente respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. Sendo assim, pensando nesta competência e em um modo no qual todos os alunos participassem, a turma que possuía 19 alunos no dia em que foi aplicada a proposta metodológica foi dividida em 5 grupos. Foi entregue a cada grupo um kit (Figura 25) que continha 5 pedaços de papel de tamanhos e cores diferentes, duas cordas de diferentes tamanhos e uma folha em branco.

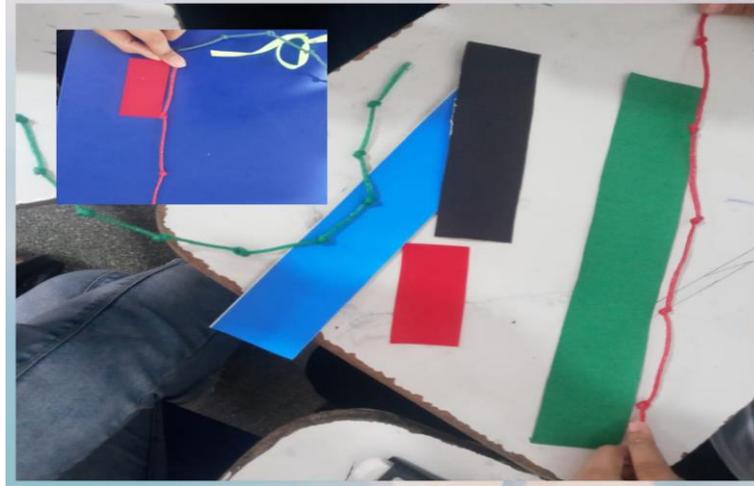
Figura 25 - Kit entregue aos alunos



Fonte: Própria autora

No primeiro momento foi solicitado aos alunos que indicassem o numerador, o denominador e a fração correspondente a cada pedaço de papel e em cada corda. A figura abaixo mostra esse momento realizado por alguns grupos.

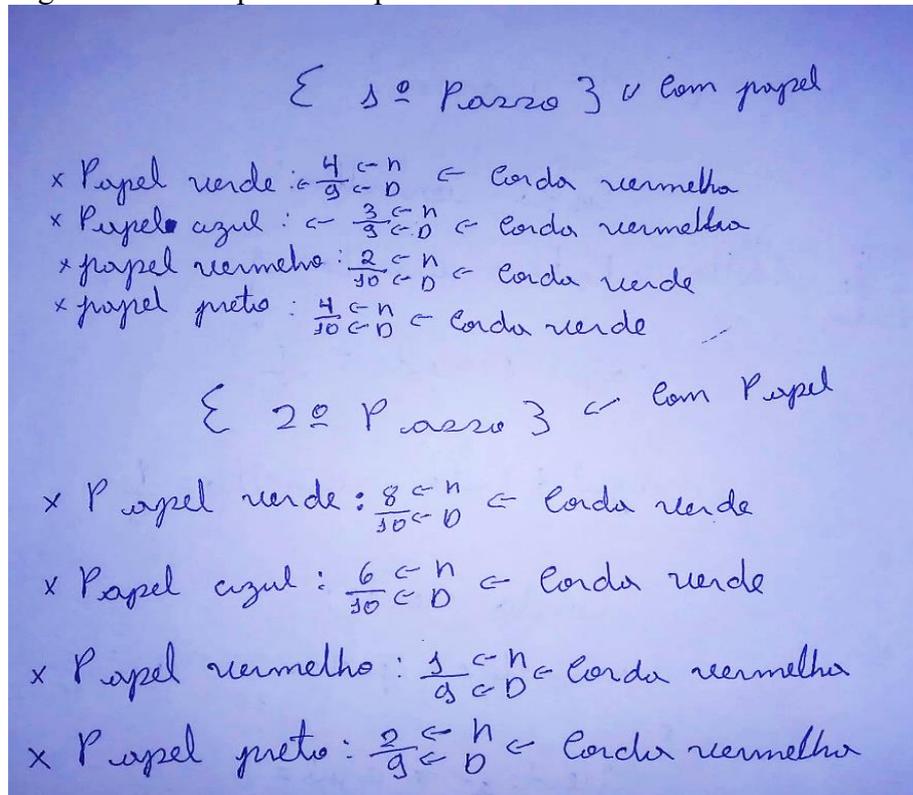
Figura 26 - Alunos realizando medições



Fonte: Própria autora

Todos os grupos conseguiram realizar as medidas e encontrar as frações correspondentes. Observe a figura abaixo:

Figura 27 - Exemplo das respostas dos alunos

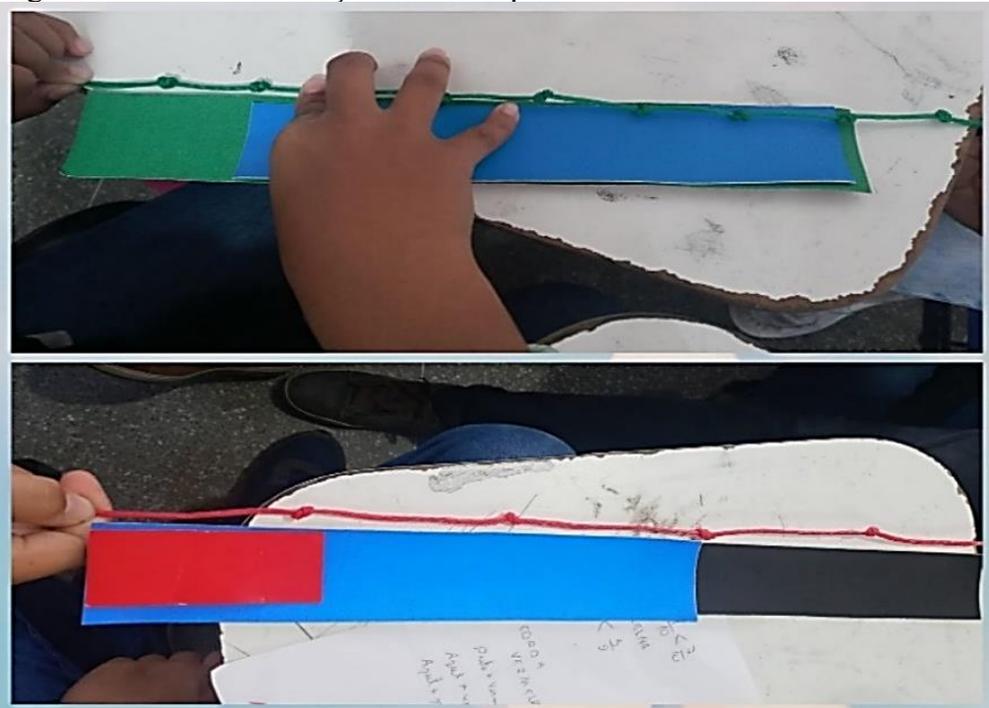


Fonte: Própria autora

Em seguida, foi pedido que o grupo observasse cada corda separadamente e indicasse quais frações eram maiores, por exemplo entre $\frac{3}{9}$ e $\frac{5}{9}$ e entre $\frac{4}{10}$ e $\frac{7}{10}$. Posteriormente foi solicitado que avaliassem as duas cordas juntas, de modo que tivessem frações com numeradores iguais e encontrassem por exemplo qual a fração maior entre $\frac{3}{9}$ e $\frac{3}{10}$ e entre $\frac{5}{9}$ e $\frac{5}{10}$.

No último momento, os grupos tiveram que fazer operações envolvendo soma e subtração de frações com denominadores iguais. Para isso, eles utilizaram as cordas separadas e os pedaços de papéis. Para que esse momento fosse possível, os grupos tinham que fazer operações como, a soma do papel preto com o vermelho na corda vermelha ou o papel preto menos o vermelho mais o azul na corda verde, como indica a figura abaixo.

Figura 28 - Soma e subtração realizada pelos alunos

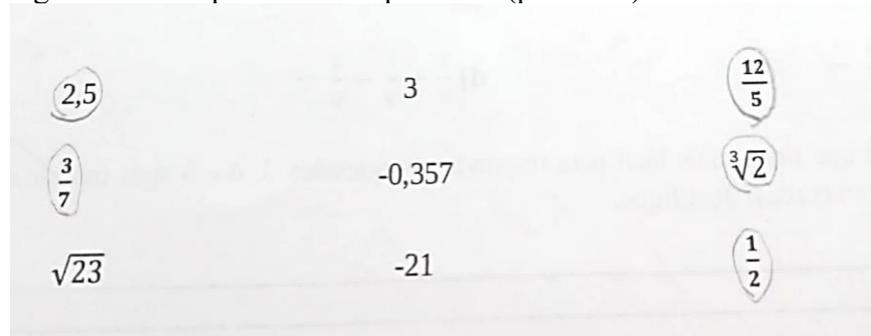


Fonte: Própria autora

4.3 QUESTIONÁRIO PÓS -TESTE

O questionário pós-teste foi respondido por 18 alunos. A questão um também pedia para os alunos circularem os números que representavam frações. Diferente do teste anterior, todos os alunos circularam as opções que representavam números fracionários. Porém, em uma das respostas, um dos alunos além de circular os números racionais circulou outros números como mostrado na figura abaixo.

Figura 29 – Resposta errada questão 1 (pós-teste)



Fonte: Própria autora

Na questão dois foi questionado aos alunos sobre o que eles haviam achado do método utilizando a medição com cordas para o ensino de fração. Foram obtidas respostas satisfatórias para essa pergunta. Abaixo serão apresentadas algumas destas respostas.

- “É um jeito mais prático de aprender fração”.
- “Muito interessante e contribuiu muito para o meu aprendizado”.
- “Achei muito legal e ajudou bastante até mais do que o método tradicional”.
- “Achei um método mais fácil do que os outros”.
- “Eu achei muito bom, foi bem mais fácil aprender fração”.
- “Eu achei muito útil e usando quem tem dificuldade aprende rapidinho”.
- “Eu achei muito bom, foi mais fácil aprender fração”.

No entanto, alguns alunos acharam o método difícil

- “Achei fácil e difícil ao mesmo tempo”.
- “Eu achei ele um pouco mais difícil do que o de calcular a fração que eu estou acostumado, ele é mais difícil de se entender”.

Notamos então que, apesar da grande maioria dos alunos terem gostado do método e achar que ele contribuiu de forma significativa para o ensino do conteúdo, alguns alunos acharam o método difícil. Além disso, através da maioria das respostas dadas foi possível constatar que o uso do material concreto auxiliou no entendimento dos alunos em relação às noções fracionárias. Isso comprova o que foi evidenciado por Perez e Turrioni (*apud* LORENZATO, 2012) ao afirmarem que o uso deste tipo de material é excelente para auxiliar na construção do conhecimento dos estudantes.

Na questão três também foi solicitado para os alunos indicarem o numerador, o denominador e a fração que correspondiam às partes coloridas de cada figura. Diferente do teste anterior, neste os resultados foram satisfatórios. 10 alunos conseguiram responder corretamente a cada uma das opções considerando a relação parte/todo, 2 alunos acertaram 3 das quatro

opções, 2 acertaram duas, 2 alunos inverteram numerador e denominador e 2 ainda continuaram analisando a fração na relação parte/parte. Os erros cometidos por alguns estavam relacionados à contagem errada dos quadrados como indica a figura abaixo

Figura 30 – Contagem errada dos quadrados

		Numerador	Denominador	Fração
a)		6	3	$\frac{3}{6}$
b)		4	9	$\frac{4}{9}$
c)		5	14	$\frac{5}{14}$
d)		4	23	$\frac{4}{23}$

Fonte: Própria autora

Note que o estudante identificou corretamente o que era numerador, denominador e fração. No entanto, cometeu erros ao contar os quadrados. no item a) era 7 e ele encontrou 6. Já no d) 24 e ele encontrou 23. A Figura 31 mostra um exemplo das respostas onde os estudantes trocaram numerador com denominador, mesmo entendendo a relação parte/todo.

Figura 31 – Troca de numerador por denominador

		Numerador	Denominador	Fração
a)		7	3	$\frac{7}{3}$
b)		9	4	$\frac{9}{4}$
c)		13	5	$\frac{13}{5}$
d)		24	7	$\frac{24}{7}$

Fonte: Própria autora

Com isso, foi possível perceber que o uso do método auxiliou a grande maioria dos alunos na formação do conceito de fração na relação parte/todo. Isso confirma o que foi abordado por Soares (2014), ao afirmar que o uso de materiais concretos contribui para a formação de conceitos matemáticos.

Na questão seis foi perguntado aos alunos se tinha ficado mais fácil para responder as questões 3, 4 e 5 após a utilização do método. A seguir, serão apresentadas algumas respostas

- “*Sim após a utilização da corda melhorou um pouco*”.
- “*Sim, ficou mais prático responder as questões*”.
- “*Acho que sim, porque ajuda entender melhor*”.
- “*Sim, pois as cordas ajudaram a entender muitas frações*”.
- “*Sim, porque é bem mais fácil compreender com esse método*”.
- “*Sim, porque deu para fazer os cálculos bem mais rápido, com atenção*”.
- “*Sim. Porque o que eu fiz antes estava bem mais complicado que agora*”.

Através das respostas obtidas, é possível notar que os alunos consideram que o método que utiliza a medição com cordas auxiliou na resolução das questões.

Para que se tenha uma melhor visualização da diferença entre os dados obtidos nos questionários diagnóstico e pós-teste, será apresentado a seguir um quadro com os resultados adquiridos em porcentagem para cada uma das questões que foram utilizadas como comparativo.

Quadro 1: Comparativo dos dados adquiridos nos questionários

Questão	Questionário diagnóstico (25 alunos)	Questionário pós – teste (18 alunos)
Observe os números abaixo. Circule aqueles que são números fracionários.	92% acertaram todas as opções. 8% circularam respostas diferentes do esperado.	94,4% acertaram todas as opções. 5,6% circularam respostas diferentes do esperado.
Indique o numerador, o denominador e a fração que correspondem as partes coloridas das figuras abaixo.	36% responderam corretamente as quatro opções. 8% acertaram três delas. 56% erraram todas as respostas.	55% responderam corretamente as quatro opções. 11,1% acertaram três. 11,1% acertaram duas. 22,2% erraram todas as opções.
Observe as frações abaixo e complete com < ou >.	8% acertaram as quatro. 20% acertaram três.	22,2% acertaram todas. 5,6% acertaram três.

	60% acertaram duas. 8% acertaram uma. 4% erraram todas.	27,8% acertaram duas. 11,1% acertaram uma. 33,3 % erraram todas.
Calcule as frações abaixo.	20% acertaram as quatro. 16% acertaram três. 8% acertaram duas. 12% acertaram uma. 44% erraram todas.	22,2% acertaram todas. 22,2% acertaram três. 33,3% acertaram duas. 22,2% erraram as quatro.

Fonte: Própria autora

Além dos estudantes, a professora também respondeu a um questionário. Ao indagar sobre o que havia achado do método e se achava que o mesmo poderia facilitar a compreensão dos estudantes em relação ao ensino de frações, ela respondeu que achou o método muito bom e que facilita a compreensão dos estudantes, pois o uso de material palpável enriquece a compreensão e facilita a aprendizagem. Quando questionada se utilizaria o método, ela respondeu que sim, porém em turmas do 6º ano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho era explorar o uso do método de medição com cordas como estratégia metodológica para apresentar o conceito de número fracionário e suas representações em termos do ensino Fundamental II. Procurávamos entender de que maneira o material seria capaz de auxiliar no ensino dos números fracionários no qual incluía seu conceito, ordenação, soma e subtração de frações com denominadores iguais. Queríamos também encontrar as percepções dos envolvidos ao utilizar o método. Acreditava-se que o uso deste material poderia auxiliar no ensino e aprendizagem do conteúdo uma vez que, ao manuseá-lo, os alunos seriam capazes de visualizar as divisões realizadas e entender os conceitos fracionários.

Os dados coletados, tanto nos questionários quanto na análise da experiência nos possibilitaram constatar que o uso de materiais concretos em sala de aula é um recurso importante para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Ao utilizar o método, os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar em grupo, trocar informações e conseqüentemente compreender o conteúdo e melhorar o entendimento.

Observando o primeiro questionário, notamos a existência de erros e obstáculos que podem surgir durante o ensino e aprendizagem dos números fracionários e que foram indicados em literaturas estudadas. Foi fácil constatar que um dos erros principais está relacionado ao fato dos alunos trabalharem com os números fracionários utilizando os conhecimentos adquiridos com os números naturais. Isso foi bem perceptível nas questões que pediam para comparar as frações e onde envolvia soma e subtração. Também não foi difícil observar que os estudantes têm dificuldades para conceituar fração como a relação parte/todo por fazer relação com parte/parte.

Os dados adquiridos no questionário pós-teste constataram que os estudantes conseguiram compreender o conceito de fração como a relação parte/todo após a utilização do método. Também foram obtidos resultados positivos nas questões que envolviam soma e subtração de frações com denominadores iguais. No primeiro teste, a maioria dos alunos utilizou os conhecimentos adquiridos com números naturais para fazer as operações, utilizando de cálculos que não condiziam com o esperado. Após manusear os materiais, a maioria dos alunos conseguiram fazer corretamente as operações e conseqüentemente responder as questões.

Em relação às comparações de frações, no momento da atividade ao observar os alunos foi possível perceber que eles conseguiam compreender a ideia de ordenar fração, fazendo

corretamente as comparações e dando as respostas corretas. Vimos que, no primeiro teste, grande parte dos estudantes acertaram as questões com denominadores iguais exatamente por indicar que a maior fração seria a que possuía o maior número. No segundo teste o número de acertos nesta questão já foi menor. Com o uso do material, os alunos mudaram um pouco a ideia de que a fração maior será sempre aquela que possui o maior número. No entanto, os resultados desta parte não foram bem satisfatórios, chegando à conclusão que isso merece uma atenção maior.

As respostas dos alunos adquiridas no pós-teste e da professora indicam que o uso do material foi eficaz para a aprendizagem de frações. Os alunos conseguiram perceber a eficácia do método ao manusear as cordas e os papéis, indicando que após utilizá-lo ficou mais fácil para entender o conteúdo e resolver as questões.

Vale salientar que a estratégia metodológica deve ser utilizada em outras turmas, especialmente do sexto ano do ensino fundamental como também do sétimo ano, só que com maior tempo de vivência na sala de aula e também como regente da turma.

Com isso, concluímos que o método de medição com cordas para o ensino e aprendizagem de fração possibilitou aos alunos uma nova reflexão sobre o conteúdo, auxiliando assim na aprendizagem deles, visto que as diferenças entre o primeiro e o segundo teste foram significativas.

Desse modo, tendo em vista a importância dos dados obtidos neste estudo, esperamos que os resultados possam contribuir para a realização de pesquisas futuras, onde pode-se utilizar de mais encontros para realizar a experiência e dar uma atenção maior na comparação de frações. Lembramos ainda que o estudo não se esgota nesse trabalho e que novas pesquisas sobre o mesmo tema bem como sobre outros que possibilitem novas estratégias que proporcionem a melhoria da qualidade da aprendizagem dos alunos nos conteúdos matemáticos podem surgir.

REFERÊNCIAS

- BERTONI, Nilza Eigenheer. Educação e linguagem matemática IV: frações e números fracionários. **Brasília: Universidade de Brasília**, 2009.
- BOYER, Carl B. **História da matemática**. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito no número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. 2007.
- CAVALIERI, Leandro. **O ensino das frações**. 2005. 45 f. Monografia. - Especialização em Ensino da Matemática da Universidade Paranaense, Umuarama – PR, 2005.
- DANTE, Luiz Roberto, **Teláris matemática, 6º ano: ensino fundamental, anos finais / Luiz Roberto Dante**. 3ª ed. São Paulo, Ática, 2018.
- DE OLIVEIRA, Vania Sara Doneda; BASNIAK, Maria Ivete. FRAÇÕES E SUAS MÚLTIPLAS INTERPRETAÇÕES: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 7, p. 1-20, 2021.
- FERNANDES, Sueli Fátima Homon. **As Frações do Dia-a-dia – Operações**. Projeto de intervenção pedagógica na escola realizado pelo Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, Ponta Grossa -PR, 2008.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa / Paulo Freire**. – São Paulo: Paz e Terra, 1996. – (Coleção Leitura)
- GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social – 6. Ed.** – São Paulo: Atlas, 2008.
- GUELLI, Oscar. **Contando a história da matemática: A invenção dos números**. São Paulo. Editora Ática S. A. 1992.
- LORENZATO, Sergio (org). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3 ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2012.
- MACÊDO, Simone Neres de Oliveira. **A resolução de problemas como estratégia didática na aprendizagem de operações com fração**. 2013. 88 f. Monografia. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia. Barreiras/BA, 2013.
- NASCIMENTO, Pamella Silva. **Dificuldades na aprendizagem de frações e duas propostas de tarefas**. 2022. 73 f. Monografia. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2022.
- PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico – 2. ed.** – Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SANTOS, L. C. R. **Ensino de Frações na Reta Numérica: Proposta de Atividades**. 2019. 58 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Graduação em Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio de Janeiro, Volta Redonda, 2019.

SOARES, Safira Aquino Gomes. **Uma experiência com frações e régua de Cuisenaire na formação de professores dos anos iniciais**. 2014. 37 f. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro/RJ, 2014.

SOUZA, T. M. G. **Estratégias de alunos do 6º ano do ensino Fundamental na Resolução de Problemas envolvendo os significados parte-todo e operador de frações**. 2019. 47 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Graduação em Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 2ª ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, (Coleção temas básicos de pesquisa-ação), 1986.

WITT, Caroline. **O ensino das frações por meio de jogos e aplicativos digitais**. 2018. 47 f. Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização em Tecnologias, Comunicação e Técnicas de Ensino da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

Questionário diagnóstico

1. Observe os números abaixo. Circule aqueles que são números fracionários.

2,5

3

 $\frac{12}{5}$ $\frac{3}{7}$

-0,357

 $\sqrt[3]{2}$ $\sqrt{23}$

-21

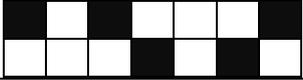
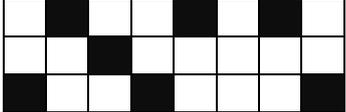
 $\frac{1}{2}$

2. Como você aprendeu frações?

3. Sente dificuldades com frações? Justifique.

4. Indique o numerador, o denominador e a fração que correspondem as partes coloridas das figuras abaixo.

		Numerador	Denominador	Fração
a)				

b)				
c)				
d)				

5. Observe as frações abaixo e complete com < ou >:

a) $\frac{1}{2}$ ----- $\frac{1}{3}$

c) $\frac{7}{4}$ ----- $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{5}$ ----- $\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{6}$ ----- $\frac{5}{6}$

6. Calcule as frações abaixo:

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$

b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$

d) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9}$

7. Sentiu dificuldades para responder as questões 4, 5 e 6? Justifique.

APÊNDICE 2

Questionário pós-teste

1. Observe os números abaixo. Circule aqueles que são números fracionários.

2,5

3

 $\frac{12}{5}$ $\frac{3}{7}$

-0,357

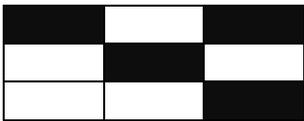
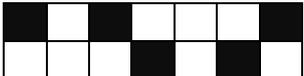
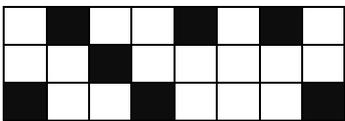
 $\sqrt[3]{2}$ $\sqrt{23}$

-21

 $\frac{1}{2}$

2. O que você achou do método utilizando a medição com cordas para o aprendizado de frações?

3. Indique o numerador, o denominador e a fração que correspondem as partes coloridas das figuras abaixo.

		Numerador	Denominador	Fração
a)				
b)				
c)				
d)				

4. Observe as frações abaixo e complete com < ou >:

a) $\frac{1}{2}$ ----- $\frac{1}{3}$

c) $\frac{7}{4}$ ----- $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{5}$ ----- $\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{6}$ ----- $\frac{5}{6}$

5. Calcule as frações abaixo:

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}$

b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$

d) $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} - \frac{4}{9}$

6. Você acha que ficou mais fácil para responder as questões 3, 4 e 5 após utilizar o método de medição com cordas? Justifique.

APÊNDICE 3**Questionário**

1. O que achou do método utilizando a medição com cordas?

2. Acha que o método facilita a compreensão dos estudantes em relação ao ensino de frações? Justifique.

3. Utilizaria o método?
