



Do plano ao espaço: uma sequência didática para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio Integrado

From plane to space: a didactic sequence for teaching Spatial Geometry in an integrated technical high school course

RAFAELA MACHADO DE JESUS¹
FLAVIANA PAULA MEDEIROS E OLIVEIRA (ORIENTADORA)²

RESUMO

Tradicionalmente, o ensino de geometria espacial encontra-se centrado em fórmulas e repetições de procedimentos, em muitos casos, sem estimular as habilidades visuais dos alunos ou a compreensão das aplicações práticas no cotidiano. Assim, o objetivo central deste trabalho é contribuir para a aprendizagem sobre tópicos de geometria espacial e seus elementos, por meio da utilização de materiais concretos com a confecção de modelos tridimensionais junto a alunos do nível médio técnico do Centro Territorial de Educação Profissional do Médio Sudoeste da Bahia – Itororó-BA (CETEP-Itororó-BA). Trata-se de um relato de experiência, com observação participante e abordagem qualitativa. Os resultados apontaram que o uso de metodologias diferenciadas contribui para um processo educativo colaborativo, participativo, instigante e prazeroso. Além disso, auxilia na construção de um conhecimento que faça sentido para os alunos, especialmente porque abre a possibilidade para o desenvolvimento de um pensamento crítico.

Palavras-chave: ensino de geometria; modelos tridimensionais; prática pedagógica.

ABSTRACT

Traditionally, the teaching of spatial geometry is centered on formulas and repetitions of procedures, often without stimulating students' visual skills or understanding of practical applications in everyday life. Thus, the central objective of this work is to verify the learning about topics of spatial geometry and its elements, through the use of concrete materials with the creation of three-dimensional models by technical high school students at Centro Territorial de Educação Profissional do Médio Sudoeste da Bahia – Itororó-BA (CETEP-Itororó-BA). This is an experience report, with participant observation and a qualitative approach. The results indicated that the use of different methodologies contributes to a collaborative, participatory, stimulating, and enjoyable educational process. Furthermore, it helps in the construction of knowledge that makes sense to the students, especially because it opens the possibility for the development of critical thinking.

Key-words: pedagogical practice; teaching of geometry; three-dimensional models.

¹ Graduada em Matemática UESC; Professora do Centro Territorial de Educação Profissional do Médio Sudoeste da Bahia – Itororó-BA (CETEP-Itororó-BA) – r.rafamachado@gmail.com

² Mestra em Matemática PROFMAT/UFRB; docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – Eunápolis – BA – flaviana.oliveira@ifba.edu.br

Introdução

A Matemática, frequentemente vista como um desafio, é considerada uma das disciplinas mais complexas na escola, mas também é a que mais se conecta com o dia a dia, seja por meio de dados estatísticos, construções, arquitetura ou modelos matemáticos. Dentro da Geometria, a Geometria Espacial é particularmente complexa, pois além dos conhecimentos prévios de Geometria Plana, o aluno precisa visualizar objetos tridimensionais, fazendo a transição do plano 2D para o 3D.

Muitos professores utilizam apenas a lousa para representar sólidos geométricos, o que pode dificultar a visualização devido à natureza bidimensional da lousa. Isso leva a uma falta de compreensão dos conceitos, já que os alunos não conseguem relacionar o que estudam com objetos do cotidiano, reforçando a percepção de que a Matemática é abstrata. Mesmo assim, a Geometria é vista como uma ferramenta para descrever e interagir com o espaço em que as pessoas vivem, sendo utilizada tanto em aplicações tradicionais quanto inovadoras, e é talvez a parte mais intuitiva, concreta e ligada à realidade da Matemática.

Ao longo do tempo, houve mudanças significativas no ensino da Matemática, tanto nos conteúdos quanto nas metodologias. Desde a introdução dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), há uma ênfase na contextualização e interdisciplinaridade. Essas orientações continuam a ser destacadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), que menciona diferentes habilidades específicas relacionadas à geometria.

É sabido que a Geometria abrange o estudo de uma vasta gama de conceitos e procedimentos essenciais para resolver problemas do mundo físico e de diversas áreas do conhecimento. Nesse contexto, é fundamental adotar metodologias que conectem o aluno ao seu ambiente cotidiano, tornando a aprendizagem prazerosa e cheia de descobertas, demonstrando que a matemática está intrinsecamente ligada à sua realidade.

Com base nesse entendimento, esta pesquisa, um relato de experiência, narra a aplicação de uma sequência didática junto a alunos do ensino médio técnico de uma instituição de ensino da rede pública do território Médio Sudoeste da Bahia. Por isso, a problematização deste estudo transitou na investigação da construção de modelos tridimensionais como estratégia didática para o processo de ensino e aprendizagem de geometria espacial. Neste caso, buscou-se inserir o uso de materiais concretos como mediadores do conhecimento, especificamente balizando-se na utilização de bala de goma e palitos de churrasco, além de fio de algodão (barbante) e papel sulfite (ofício) para a confecção das figuras geométricas espaciais em etapas distintas.

A abordagem de ensino baseada no uso de quadro e giz, embora possua seu valor no processo educativo, pode não atender plenamente as necessidades contemporâneas de aprendizagem. Para engajar os alunos de maneira eficaz, é fundamental desenvolver estratégias que conectem o conhecimento matemático escolar ao cotidiano dos estudantes. Uma dessas estratégias é a utilização de atividades lúdicas em sala de aula, amplamente adotadas por educadores para aprimorar o aprendizado. No entanto, é basilar que essas atividades lúdicas transmitam o conteúdo de forma eficaz, permitindo que os alunos percebam que estão aprimorando o conhecimento, e não somente se divertindo.

No contexto da geometria espacial, o uso de materiais lúdicos é particularmente importante, pois essa disciplina envolve representações que podem ser bastante abstratas para os alunos. Assim, é comum utilizar construções geométricas com materiais de baixo custo, como papelão, canudos, palitos, balas de goma, barbantes, proporcionando uma experiência mais tangível e visual aos alunos. Essa abordagem facilita a compreensão dos conceitos geométricos e torna o aprendizado mais envolvente e acessível, fatores que justificaram a aplicação da sequência didática aqui apresentada.

Com base nisso, o objetivo aqui delimitado buscou contribuir para a aprendizagem sobre tópicos de geometria espacial e seus elementos, por meio da utilização de materiais concretos com a confecção de modelos tridimensionais junto a alunos do nível médio técnico do Centro Territorial de Educação Profissional do Médio Sudoeste da Bahia – Itororó-BA (CETEP-Itororó-BA). Para melhor apreensão desta pesquisa, além desta introdução, o trabalho apresenta, na sequência, postulados teóricos sobre os temas abordados, seguidos da metodologia, resultados e discussão da proposta, finalizando com as considerações finais.

1. A geometria espacial na educação básica e o uso de materiais concretos no processo educativo

Na literatura científica, são encontrados diferentes estudos e/ou relatos de experiência que colocam em relevo as dificuldades no ensino e aprendizagem da geometria espacial. É o caso do relato de Silva e Braz (2017), em que os autores mencionam tal dificuldade, destacando que os pontos mais marcantes nos alunos são: falta de domínio relativo à geometria plana, a exemplo da área dos polígonos; visualização dos sólidos geométricos; e a compreensão das fórmulas. Além desses, outros obstáculos à aprendizagem são colocados, como relacionar os conteúdos estudados com o cotidiano e a interpretação dos enunciados de exercícios.

Apesar dessas dificuldades, a raiz dos impedimentos no avanço da aprendizagem desse conteúdo pode ser histórica, pois alguns estudantes podem não ter contato com a geometria plana no ensino fundamental, e esse déficit tem implicações nas etapas seguintes. Em função disso, não é incomum que o professor tenha de ensinar tal conteúdo ao invés de apenas realizar uma revisão. Ainda, o processo de ensino, pelo professor, pode com uma dificuldade basilar que é a falta de material didático, fazendo com que o docente trabalhe o tema geometria espacial nos modelos ultrapassados de ensino, com quadro e giz.

Esse cenário já era discutido há anos, inclusive por Kaleff (1994), influente pesquisadora na área da Educação Matemática, com forte ênfase na geometria (plana e espacial). A autora argumenta que, na prática pedagógica, é possível observar que relativamente poucas crianças possuem a capacidade de, à primeira vista, perceber o que chama de “faces ocultas” de um cubo representado em um quadro, ainda que o professor use linhas pontilhadas e sombreados para indicá-las. Ao visitar a obra de Castilho (1989), a autora ainda evidencia que seria irrealista esperar que os alunos compreendam facilmente as representações convencionais de figuras tridimensionais, especialmente quando estão indicadas por linhas pontilhadas para sugerir profundidade.

Essa dificuldade na visualização dos sólidos geométricos ainda é apontada em estudos mais recentes, quando Rodrigues *et al.* (2024) argumenta que essa configuração impede a compreensão plena dos conceitos, resultando na incapacidade dos alunos de relacionar o conteúdo estudado com situações do cotidiano. Além disso, quando se trabalham com fórmulas concernentes à geometria espacial, pode acontecer de os alunos as memorizarem sem entender como aplicá-las. Ademais, observa-se que as dificuldades também se manifestam na resolução de problemas.

É sabido que a resolução de problemas se apresenta como um ponto elementar do processo de ensino e aprendizagem. Ciente disto, Salin (2013) critica o isolamento da prática escolar em relação à solução de problemas, destacando que os alunos não conseguem ser protagonistas de sua própria aprendizagem. Para a autora, a abordagem tradicional cria um ensino paralelo para a resolução de problemas, em que os estudantes precisam escolher uma técnica específica ou utilizar métodos memorizados. Em vista disso, é relevante considerar que a resolução de problemas se faz essencial, uma vez que permite aos alunos enfrentarem questionamentos e pensarem de forma independente, possibilitando, assim, o desenvolvimento do raciocínio lógico e espacial, em vez de apenas aplicarem fórmulas decoradas no processo educativo.

Em suas vivências como educadora de um curso de formação de professores que ensinam matemática, Kaleff (2016) discute que alguns docentes, seus pares, consideram que atividades lúdicas como jogar, cortar, montar e pintar funcionam somente como entretenimento para os alunos, atividades para criança, caracterizando-as como perda de tempo e atraso no conteúdo. Defendem, desta forma, que tais estratégias de ensino não promovem a aprendizagem. Entretanto, essas atividades são cruciais para o desenvolvimento da intuição espacial e das habilidades de visualização, desenho, interpretação e construção, além de contribuírem para a formação do pensamento geométrico dedutivo. Trata-se de uma oportunidade para o professor se revestir de um referencial que o possibilita construir e empregar materiais didáticos de forma segura e autônoma.

Nesse contexto, mais relevante do que simplesmente designar e definir ações que, em diferentes casos, repetem as palavras e proposições do professor, é observar, descrever, comparar e construir. Tais ações se apresentam como uma fase enriquecedora à aprendizagem, caracterizadas por atividades práticas, nas quais os alunos manipulam e constroem objetos de variadas formas para, a partir disso, analisá-los (Kaleff, 2016).

O ensino e a aprendizagem de geometria espacial podem ser complexos em boa parte dos casos. Em vista disto, de maneira geral, tem-se que as investigações sobre geometria espacial são relativamente frequentes na literatura científica, independentemente do tipo de trabalho, seja artigos científicos, dissertações, teses, temas de eventos e outras situações acadêmicas. Em casos como esses, os autores têm como foco apresentar e discutir práticas que contribuam para a aprendizagem dos alunos, em que a compreensão, muitas vezes, se ampara na confecção de materiais concretos ou virtuais, como será visto na sequência.

Alguns exemplos são os trabalhos de Quadrat (2013) e Cardia (2014), que conduziram pesquisas com propostas semelhantes. Os autores trabalharam com os alunos a ideia de área e volume utilizando embalagens de produtos que fazem parte do cotidiano dos alunos. Para tanto, a turma foi dividida de modo que os grupos pudessem recriar uma nova embalagem para o produto escolhido, tendo de justificar suas escolhas. Assim, obteve-se diferentes resultados: enquanto um grupo escolheu um formato de embalagem com o intento de economizar material para sua confecção, outro grupo priorizou uma embalagem prática de manuseio. Em ambos os casos, os autores compararam os resultados de suas pesquisas com o desempenho de alunos em bimestres anteriores, constatando que houve melhoras em suas avaliações relativas às notas.

Já as pesquisas de Andrade (2014) e Moraes (2014) foram fundamentadas nas teorias de Van Hiele (Geometria Plana), Gutiérrez (Geometria Espacial) e na Neurociência. É sabido

que, na teoria de Van Hiele, a aprendizagem geométrica ocorre em níveis sequenciais, em que o aluno avança de um nível para o próximo à medida que adquire compreensão. A teoria de Gutiérrez enfatiza as habilidades de visualização espacial necessárias para a compreensão dos conceitos geométricos. Já a Neuropedagogia, que se relaciona com a neurociência, sugere que as emoções ajudam a armazenar informações no córtex cerebral, facilitando a retenção de conhecimento. Isso é relevante, pois a memória humana é seletiva, e há uma tendência em guardar experiências associadas a emoções positivas e negativas.

Na proposta de Andrade (2014), o foco central envolveu a construção de poliedros com balas de goma (jujubas) e palitos para ensinar a Relação de Euler, além das diagonais do paralelepípedo e do cubo. Os alunos realizaram observações, análises e fotografaram os sólidos construídos. Com a pesquisa, a professora observou resultados positivos tanto nas avaliações internas quanto nas externas, neste caso, aplicadas pelo governo, ao utilizar materiais concretos no ensino dos conceitos geométricos.

Já a pesquisa de Vital, Martins e Souza (2016), em seu relato de experiência, constatou que o uso de materiais manipuláveis possibilita a familiarização dos alunos com a geometria, contribuindo para a compreensão de conceitos e cálculos. A intervenção pedagógica foi realizada com a confecção de sólidos pelos alunos, como cubo e tetraedro, com o uso de papel cartão, tesoura e cola. Ao final do estudo, os autores apontaram que o uso de materiais concretos para o processo de ensino e aprendizagem de geometria espacial é relevante, pois favoreceu uma aprendizagem de forma lúdica, palpável e manipulável, implicando em melhor compreensão dos conteúdos.

2. Procedimentos metodológicos

A realização desta sequência didática ocorreu no dia 18 de julho de 2024, tendo como cenário o CETEP-Ipororó-BA. Trata-se de uma instituição estadual, localizada em zona urbana, com as seguintes modalidades de ensino: Ensino Regular; Curso Técnico Integrado; e Curso Técnico Integrado Educação de Jovens e Adultos (EJA). A instituição conta com boas condições de estrutura imóvel e móvel, apresenta boa ventilação, piso adequado para segurança das pessoas, nível adequado de segurança e acessibilidade, bem como as salas de aula possuem proteção contra mudanças e/ou condições ambientais, como sol, chuva e vento.

No caso das experiências apresentadas nesta pesquisa, estas foram aplicadas junto a alunos do segundo ano médio técnico do Curso de Informática da referida unidade de ensino.

Embora o universo de estudantes totalize 15 pessoas matriculadas, a amostra foi composta por 10 participantes, com idades variando de 14 a 19 anos, sendo este público composto pelos presentes no dia da aplicação das atividades e que assinaram previamente o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE), assim sendo escolares de ambos os sexos – masculino e feminino. Importante frisar que os pais dos estudantes com menor idade vigente no Brasil assinaram o termo para autorizar sua participação na pesquisa, garantindo os preceitos éticos.

A sequência didática aconteceu em três etapas distintas. Referente aos recursos necessários à sua condução, foram necessários diferentes itens. Assim, na primeira etapa, houve aplicação da aula expositivo-dialogada, momento em que houve a apresentação teórica dos assuntos aos alunos, com uso de *datashow*, *notebook*, lousa, piloto. Na segunda etapa, trabalharam-se com figuras geométricas (poliedros e corpos redondos planificados) com locais indicativos para aplicação do furador de papel, de modo a ter como resultado uma figura em três dimensões, após transpassar um segmento de barbante pelos furos feitos no papel sulfite e ser tracionado para a composição da imagem. Já na terceira etapa, ocorreu a montagem dos poliedros de Platão³ e foram necessários palitos de churrasco (em madeira) e balas de goma (jujuba), além de recursos utilizados na aula teórica. A utilização desses materiais se justifica por serem materiais concretos e manipuláveis pelos alunos, o que poderia implicar positivamente na aprendizagem dos conteúdos relativos à geometria plana.

Em relação ao eixo da experiência⁴, foi necessário questionar previamente: tratando-se de geometria espacial, a construção de modelos tridimensionais possibilita um processo de ensino e aprendizagem com significado para os alunos do nível médio técnico? Essa pergunta foi necessária, uma vez que houve intenção em apreender os impactos de uma metodologia diferenciada na aprendizagem desse público, trazendo suas contribuições e possíveis entraves.

Levando-se em consideração que a pesquisadora é, também, professora da turma em que as atividades foram realizadas, o grau de intervenção aqui delimitado é acadêmico-profissional, na área de conhecimento específica, neste caso, matemática. Nessa situação, o ambiente de ensino tratou-se de um componente curricular, quer seja para a professora

³ Os poliedros de Platão são uma classe especial de poliedros convexos que possuem faces formadas por polígonos regulares congruentes e ângulos iguais em todos os vértices. Existem apenas cinco tipos de poliedros que atendem a essas condições, conhecidos como sólidos platônicos. São eles: Tetraedro: composto por 4 faces triangulares; hexaedro (cubo), composto por 6 faces quadradas; octaedro, composto por 8 faces triangulares; dodecaedro, composto por 12 faces pentagonais; e icosaedro, composto por 20 faces triangulares (SCHUNK, 2021).

⁴ O eixo de experiência, segundo Mussi, Flores e Almeida (2021), é representado por uma pergunta norteadora que inclui o tema da pesquisa para a qual se busca respostas, contemplando, portanto, o que se trata o estudo.

pesquisadora (elaboração do trabalho de conclusão de curso), quer seja para os alunos (disciplina regular da matriz curricular do curso técnico).

Para a coleta de dados, além da observação participante com abordagem qualitativa, foram realizados registros fotográficos e em diário de bordo, de modo a sustentar a apresentação dos resultados. Já os critérios para análises de dados foram basicamente constituídos pelas vivências nos processos de ensino e aprendizagem, em que as informações foram compiladas de modo a possibilitar a apresentação e discussão dos resultados/dados. Destaca-se que as etapas do relato de experiência descritas e utilizadas nesta pesquisa estiveram ancoradas nos postulados de Mussi, Flores e Almeida (2021) que tratam do tema, ao direcionar o pesquisador nas possibilidades de intervenção que integram o relato de experiência, descrito na sequência.

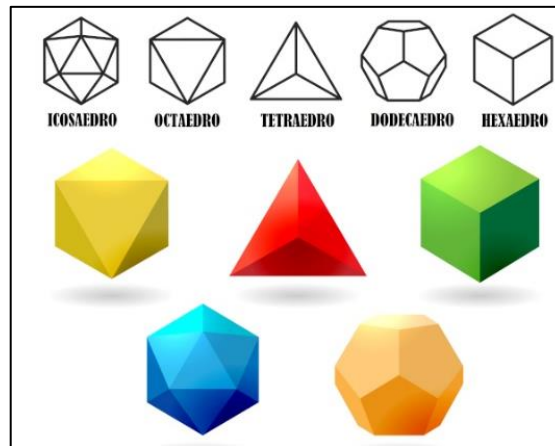
3. Resultados e discussão

No dia 18 de julho de 2024, a professora-pesquisadora teve a oportunidade de ministrar uma sequência didática com o tema geometria espacial para alunos de uma turma do segundo ano médio técnico em informática do CETEP– Itororó-BA. Como dito anteriormente, participaram das experiências dez alunos da referida turma, da disciplina curricular obrigatória de matemática. Importa frisar que os estudantes não conheciam o assunto trabalhado em sala de aula. A sequência didática foi aplicada nos horários em que a pesquisadora ministrava suas aulas na instituição, em sala de aula tradicional, observadas as condições de manipulação dos materiais concretos para estudo e reconhecimento dos sólidos.

A aplicação da proposta aconteceu em três etapas. Assim, em um primeiro momento, foi aplicada uma aula expositivo-dialogada, na qual foi apresentada a definição de poliedros, os tipos (convexo, côncavo, regular e irregular), com o intuito de fazer com que os estudantes pudessem reconhecer elementos de um poliedro, quais sejam: arestas, vértices e faces. Neste caso, houve a necessidade de entendimentos anteriores sobre geometria espacial. Para ministrar nesta etapa, utilizou-se como recurso de apoio pedagógico o aparelho *datashow* com a apresentação de *slides*. Embora a pesquisadora buscasse instigar a participação dos estudantes, nesse momento, houve poucas participações dialogadas.

Dando continuidade, foram expostas imagens espaciais dos poliedros para que os alunos pudessem identificar e compreender os elementos sólidos. Os exemplos de objetos em formas de poliedros podem ser visualizados na figura 1, a seguir. Portanto, foi o contato visual para

que os elementos pertencentes aos sólidos pudessem ser identificados, pelos alunos, a partir das planificações posteriormente disponibilizadas.



FONTE: <https://brasile scola.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>

Como pode ser visto na figura 1, e exposto em sala da aula, toda figura geométrica tridimensional, formada por faces poligonais planas é definida como poliedro. Assim, foi explicado que neste tipo de sólido, são destacados elementos como faces, arestas e vértices. Por faces, entendem-se os polígonos que limitam os poliedros, em que todo poliedro apresenta uma quantidade finita de faces. Também, foi explicado que as arestas figuram como cada lado de uma face, e que cada vértice representa cada um dos pontos de interseção de três ou mais arestas. Destaca-se que o vértice de cada face também é vértice do poliedro. A imagem de um cubo foi utilizada na aula expositiva, do modo como se segue na figura 2, na sequência.



FIGURA 2: Pesquisadora exemplificando o cubo, destacando seus elementos (faces, arestas e vértices)

FONTE: Pesquisa, 2024

Na condução desta primeira etapa, ainda foi explicado que o cubo apresenta comprimento, largura e altura, portanto, três dimensões, além de ser formado por seis faces quadradas, neste caso, figuras planas. Assim, esses quadrados são unidos, dois a dois, pelas arestas, o que totaliza doze arestas e oito vértices. A compreensão dessas características geométricas é fundamental para o entendimento das propriedades tridimensionais dos sólidos, permitindo aos alunos visualizar e manipular mentalmente as formas no espaço.

Dando seguimento, na segunda etapa da atividade, foram apresentados exemplos de poliedros e corpos redondos aos alunos. Destaca-se que não houve intenção de comparar estes dois tipos de figuras geométricas. Entretanto, é pertinente mencionar que um poliedro possui superfícies planas, chamadas faces, que são formadas por polígonos. As faces se encontram em arestas, e as arestas se encontram em vértices. Os poliedros são formados exclusivamente por essas superfícies planas, o que os distingue de figuras como esferas e cilindros. Em relação aos corpos redondos, possuem superfícies curvas. Ao contrário dos poliedros, que têm faces planas, os corpos redondos têm pelo menos uma superfície arredondada, com uma discussão mais ampliada em momento posterior desta pesquisa.

Sobre poliedros regulares, foi explicado que são assim compreendidos por possuírem a característica única de terem todas as suas faces, arestas e ângulos iguais. Dentre os poliedros regulares apresentados em sala de aula, alguns recebem os nomes de: tetraedro; cubo; octaedro; dodecaedro; e icosaedro. Algumas figuras planas utilizadas em sala de aula estão representadas na figura 3, na sequência. Cada uma dessas figuras possui uma simetria e características matemáticas que os tornam objetos de estudo fascinantes na geometria.

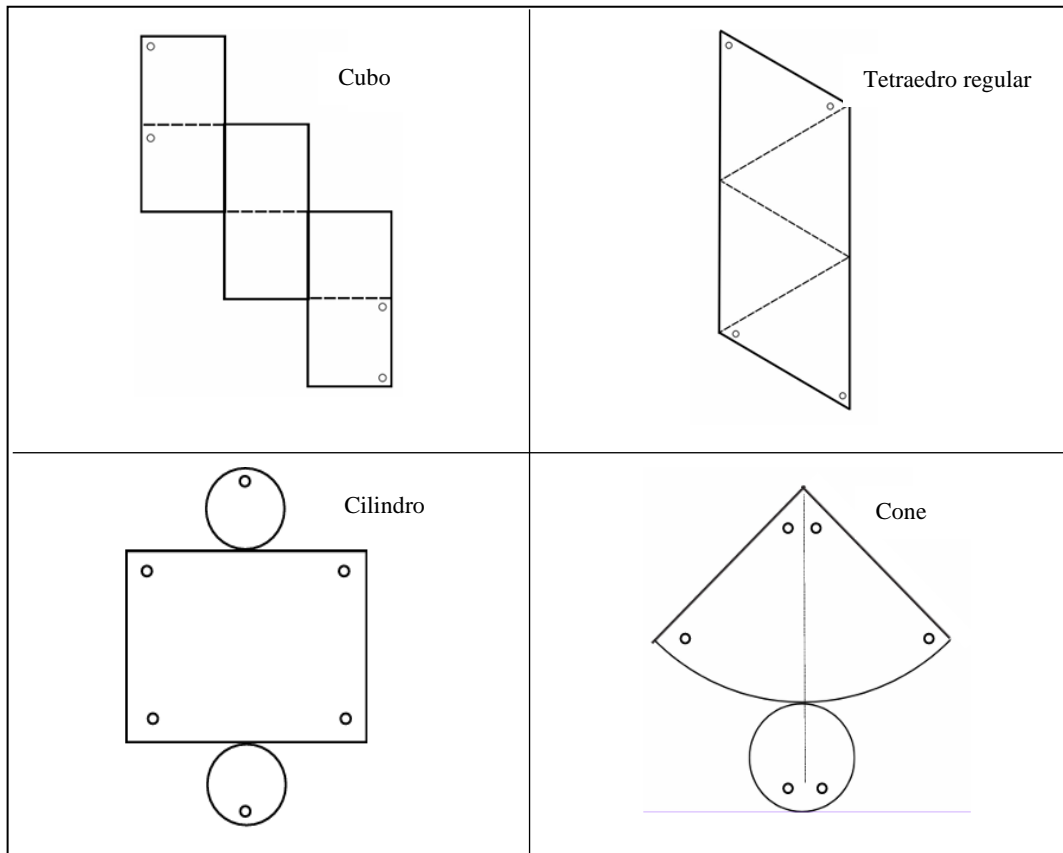


FIGURA 3: Exemplos de figuras geométricas em suas planificações utilizadas na sequência didática
FONTE: Biblioteca da Matemática, 2023.

Ainda com base na figura 3, tem-se que o tetraedro, por exemplo, é formado por quatro faces triangulares, seis arestas e quatro vértices. Este poliedro é o mais simples entre os sólidos platônicos e serve como uma introdução ideal para o estudo das propriedades dos poliedros regulares. O cubo, já mencionado anteriormente, é composto por seis faces quadradas, doze arestas e oito vértices, sendo um dos sólidos mais intuitivos e facilmente reconhecíveis.

O octaedro, por sua vez, possui oito faces triangulares, doze arestas e seis vértices. Este sólido é particularmente interessante devido à sua simetria e à forma como suas faces triangulares se encontram em ângulos precisos. O dodecaedro, com suas doze faces pentagonais, trinta arestas e vinte vértices, apresenta uma complexidade maior, desafiando os alunos a visualizarem e compreenderem a estrutura de um poliedro com faces não triangulares ou quadradas.

Finalmente, o icosaedro, composto por vinte faces triangulares, trinta arestas e doze vértices, é o mais complexo dos sólidos platônicos. Sua estrutura intrincada e simetria elevada fazem dele um objeto de estudo avançado, ideal para alunos que já possuem uma compreensão sólida dos conceitos geométricos básicos.

A apresentação desses poliedros regulares durante a sequência didática não apenas enriqueceu o conhecimento geométrico dos alunos, mas também possibilitou a introdução de conceitos mais amplos de simetria e regularidade na matemática. A partir da manipulação e construção desses sólidos, os alunos participantes foram capazes de desenvolver habilidades espaciais e uma apreciação pelas características visuais intrínsecas das formas geométricas.

Além disso, a compreensão das propriedades dos poliedros regulares tem aplicações práticas em diferentes áreas. Durante essa segunda etapa, uma aluna trouxe o exemplo de aplicação no campo da química, em que a estrutura dos cristais e moléculas poderiam ser analisados por meio de modelos polidrais. Para tanto, conhecendo visualmente uma molécula de água, a referida aluna sugeriu, sem demonstrar ou produzir, que poderia ser utilizada uma jujuba de cor azul para representar o átomo de oxigênio (O) e duas jujubas cor de rosa para os átomos de hidrogênio (H), e desta forma construir visualmente a molécula da água (H_2O), com as ligações feitas com palitos de dente ou de churrasco. Portanto, trata-se de uma possibilidade de ampliar o uso desses recursos, neste caso, para representar visualmente, em formato tridimensional, a construção de moléculas.

Embora, naquele momento, a aluna não tenha confeccionado a representação da molécula de água, de modo a validar seu comentário, a figura 4 legitima sua percepção de aplicação do material concreto utilizado em sala de aula.

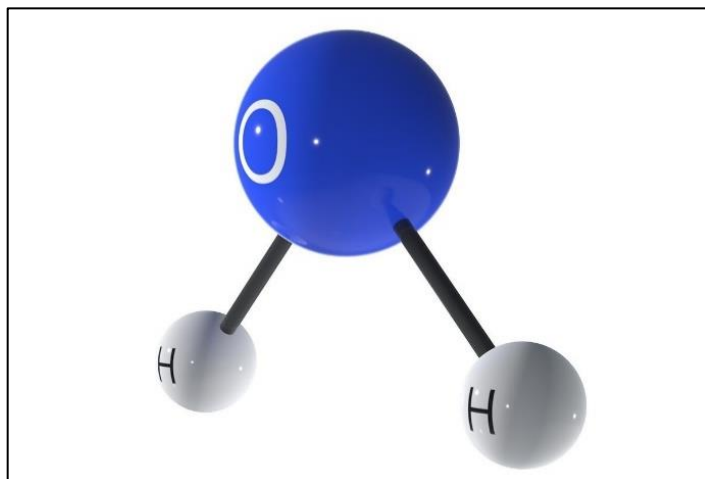


FIGURA 4: Representação 3D da molécula de água
FONTE: <https://free3d.com/pt/3d-model/water-molecule-1042.html>

Portanto, conforme a figura 4, materiais como jujuba e palitos podem ser versáteis quando a intenção do professor é se valer de recursos metodológicos como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem. Sendo assim, materiais com relativo baixo custo tendem

não somente a diferenciar as ações em sala de aula, mas avançam no sentido de possibilitar os objetivos da educação, neste caso, no ensino médio. Isso porque, como estabelece as Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), a educação deve focar no desenvolvimento integral do aluno, abrangendo tanto a formação ética quanto a autonomia intelectual e o pensamento crítico (BRASIL, 1996). Nesse contexto, o uso de materiais concretos se mostra essencial, uma vez que facilita a compreensão de conceitos abstratos e promove um aprendizado mais significativo e engajador, ao estimular o pensamento crítico do aluno em relação às metodologias, aos recursos e outros meios que possibilitem a aprendizagem.

Essa possibilidade de ramificação do conhecimento para outras áreas é destacada por Rodrigues et al. (2021) ao mencionar que aplicação de atividades lúdicas e diferenciadas no ensino de matemática pode fazer com que os alunos ampliem suas capacidades de análise e criticidade em relação ao mundo em que estão inseridos. Em decorrência disto, sobretudo com a inserção de aspectos visuais, há possibilidade de se colher bons frutos concernentes ao desenvolvimento desse público, que não se limitam a questões matemáticas, mas se direcionam a outros temas do cotidiano.

Em suma, a abordagem pedagógica adotada nessa etapa, que combina explicações teóricas com a visualização e manipulação de modelos geométricos, possibilitou uma experiência de aprendizagem rica e envolvente. Foi possível perceber que, ao explorar os poliedros regulares, os alunos não apenas adquiriram conhecimentos matemáticos fundamentais, mas também desenvolveram habilidades críticas de pensamento espacial e analítico, essenciais para o seu desenvolvimento acadêmico e profissional.

Importa destacar que os poliedros apresentados na figura 3 foram manipulados pelos participantes em etapa subsequente. Já os poliedros irregulares foram apresentados aos alunos, destacando-se que não cumprem as condições estritas dos anteriores. Por isso, a professora comentou que os poliedros irregulares podem ter diferentes polígonos como faces, sendo que seus ângulos e arestas também podem variar, a exemplo da pirâmide e do prisma, como mostra a figura 5.

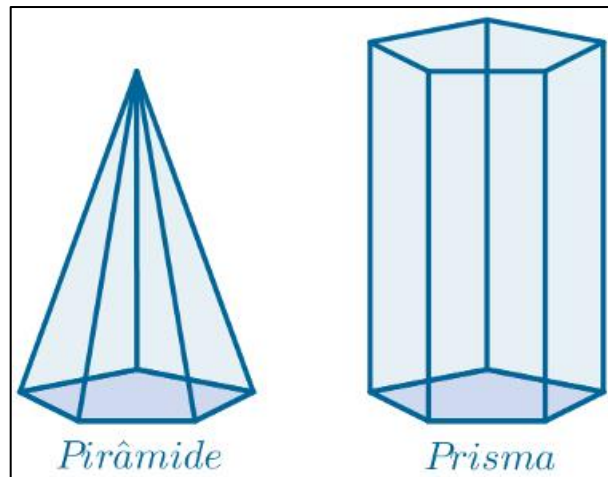


FIGURA 5: Exemplos de poliedros irregulares

FONTE: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/solidos-geometricos.htm>

Tendo como base os poliedros apresentados na figura 5, foi explicado que os poliedros irregulares podem ser formados por diferentes tipos de polígonos, resultando em variações nos ângulos e nas arestas. No caso da pirâmide, é possível observar uma base poligonal e faces triangulares que convergem em um único vértice. Já o prisma é caracterizado por duas bases poligonais paralelas e faces laterais retangulares ou trapezoidais. É válido mencionar que essas variações estruturais demonstram a diversidade dos poliedros irregulares e a complexidade de suas formas geométricas.

Continuando com a segunda etapa, foi o momento em que os alunos colocaram em prática os assuntos discutidos na etapa de aula expositivo-dialogada. Neste caso, o objetivo foi de trabalhar com as planificações. Para tanto, os participantes utilizaram as planificações disponibilizadas pela pesquisadora, presentes na figura 6, em nível de exemplos. Esse material foi adquirido via *site* Biblioteca da Matemática, que disponibiliza e comercializa materiais de apoio ao professor que ensina matemática, com última atualização do recurso em 2023.

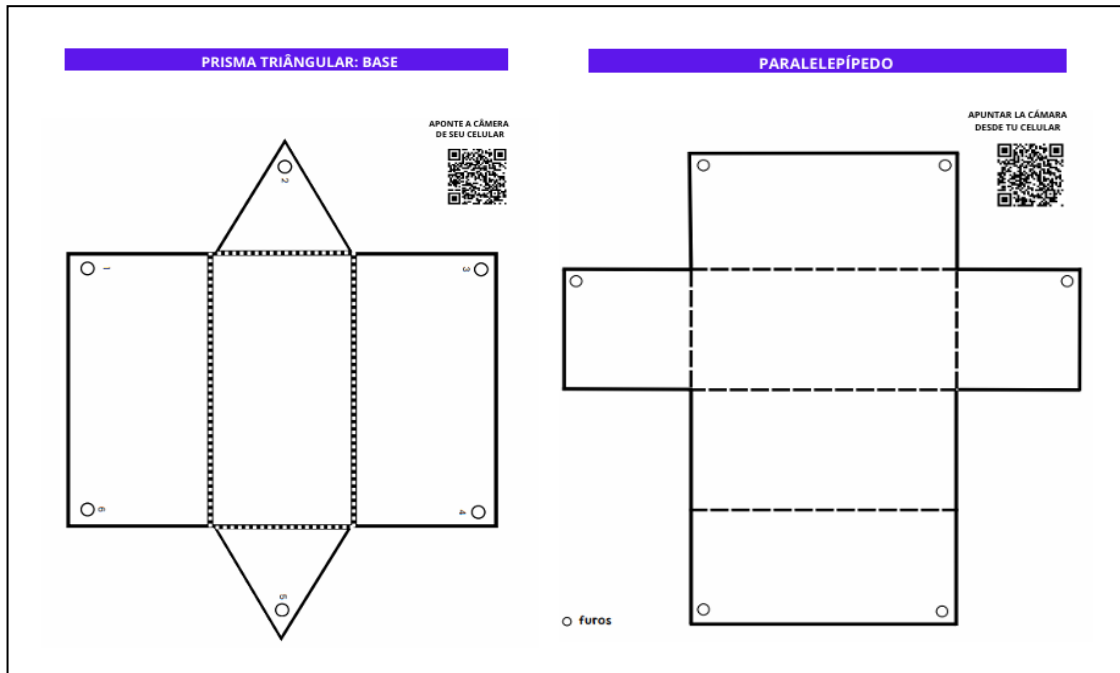


FIGURA 6: Exemplos planificações de poliedros utilizados na sequência didática.
FONTE: Biblioteca da Matemática, 2023.

Como pode ser visualizado na figura 6, as planificações de poliedros possuem uma identificação nominal, os locais de perfuração e a apresentação de um *Quick Response Code* (*QR Code*), um gráfico 2D que pode ser lido pelas câmeras dos celulares, com o intuito de transmitir informações através de um escaneamento desse código. Neste caso, os alunos foram orientados a realizarem a leitura do *QR Code* recebido junto à planificação e, desta forma, foram direcionados a um vídeo da plataforma de compartilhamento de vídeos *YouTube*, do canal Biblioteca da Matemática. Nos vídeos, há instruções detalhadas sobre como perfurar e passar o barbante nas planificações para, depois, concluir o poliedro, resultando, assim, em um material 3D. Esta integração de recursos digitais enriqueceu a experiência de aprendizagem, proporcionando um suporte visual e interativo que complementou a atividade prática.

A prática com as planificações permitiu que os alunos aplicassem os conceitos teóricos aprendidos de maneira concreta e visual. Cada aluno recebeu uma planificação, que é a representação bidimensional de um poliedro tridimensional. Essas planificações foram cuidadosamente selecionadas para abranger uma variedade de formas geométricas, proporcionando uma experiência rica e diversificada.

Nesta atividade, os alunos foram orientados a recortar e dobrar as planificações (figura 7), transformando-as em modelos tridimensionais., com o auxílio de um segmento de barbante. Este processo de construção manual é fundamental para o desenvolvimento de habilidades motoras finas e para a compreensão espacial. Ao manipular as planificações, os alunos puderam

observar como as faces, arestas e vértices se conectam para formar um sólido completo. Esta atividade prática reforçou os conceitos discutidos anteriormente e permitiu que os alunos visualizassem de forma tangível as propriedades dos poliedros.



FIGURA 7: Momento de recorte das planificações
FONTE: Pesquisa, 2024

Como pode ser visto na figura 7, os alunos compreenderam as orientações e produziram adequadamente o material almejado, quando uma aluna aguarda com o barbante enquanto seu colega procede com o recorte. Além disso, a atividade de construção das planificações foi acompanhada por discussões em grupo, em que os alunos puderam compartilhar suas observações e dúvidas. Este ambiente colaborativo incentivou a troca de ideias e a resolução conjunta de problemas, promovendo um aprendizado mais profundo e significativo. A interação entre os alunos e a pesquisadora também foi essencial para esclarecer conceitos e fornecer *feedback* imediato, garantindo que todos os participantes estivessem no caminho certo.

A utilização das planificações como ferramenta didática também teve um impacto positivo na motivação dos alunos. A possibilidade de criar algo com as próprias mãos e ver o resultado gerou um senso de realização e entusiasmo. Este aspecto lúdico da atividade contribuiu para um engajamento maior dos alunos, tornando o aprendizado mais prazeroso e eficaz.

Ademais, a escolha das planificações disponibilizadas pela pesquisadora foi estratégica. Cada planificação foi selecionada para ilustrar diferentes tipos de sólidos, desde os mais simples, no sentido de montagem, como o paralelepípedo e o tetraedro, até os mais complexos de montar, como cubo, o cilindro, o prisma triangular e o hexagonal. Esta variedade permitiu que os alunos explorassem uma ampla gama de formas geométricas e compreendessem as características únicas de cada sólido. A figura 8 mostra a confecção dos poliedros pelos alunos.



FIGURA 8: Prisma triangular planificado com o barbante transpassado (esquerda) e cilindro pós-tração do barbante (direita)

FONTE: Pesquisa, 2024

Com base na figura 8, nota-se que é possível utilizar materiais concretos para ilustrar imageticamente os sólidos geométricos. Assim, verifica-se uma das etapas do processo de confecção de um sólido 3D. Neste caso, à esquerda, tem-se a planificação com o barbante antes de ser tracionado, e ter como resultado um prisma triangular. Já à direita da imagem, é possível observar o corpo redondo pronto (cilindro), depois de aplicada a tração ao barbante.

A proposição dessa atividade está em convergência com os postulados de Kaleff (2016). Para a autora, o uso de materiais concretos facilita a transição do plano bidimensional para o tridimensional, permitindo que os alunos visualizem e compreendam melhor os sólidos geométricos. Isso não somente melhora a compreensão dos conceitos, como promove o desenvolvimento do pensamento geométrico dedutivo.

Como mencionado anteriormente, os corpos redondos são figuras geométricas tridimensionais caracterizadas por superfícies curvas. São formados pela rotação de figuras planas em torno de um eixo. O cilindro, por exemplo, possui duas bases circulares paralelas e

uma superfície lateral curva que conecta essas bases, sendo um exemplo clássico de corpo redondo. Já o cone, com uma base circular e um vértice oposto à base, apresenta uma superfície lateral que se afunila até o vértice, semelhante a um cone de sorvete. Sólidos como os exemplificados são fundamentais no estudo da geometria espacial, e possuem diversas aplicações práticas em áreas que transcendem a matemática, como engenharia, arquitetura e física, contribuindo para uma melhor compreensão do espaço tridimensional. Assim, possuem aplicações práticas em design e construção, dentre outras finalidades, assim como auxilia na resolução de problemas relacionados a volumes e superfícies (NUNES, 2023).

Em resumo, a segunda etapa foi um momento crucial para a aplicação prática dos conceitos teóricos discutidos anteriormente. A utilização das planificações como ferramenta didática, aliada à integração de recursos digitais e ao ambiente colaborativo, proporcionou uma experiência de aprendizagem rica e envolvente. Os alunos não apenas consolidaram seus conhecimentos sobre poliedros, mas também desenvolveram habilidades práticas e tecnológicas que serão valiosas em suas trajetórias acadêmicas e profissionais.

A terceira etapa foi reservada para a montagem dos poliedros. Importa salientar que os alunos foram orientados somente quanto à quantidade de faces e ao tipo de polígono utilizado na montagem, que neste caso teve como recurso material palitos de churrasco e balas de goma (jujuba). Para tanto, os participantes foram divididos em duplas, sendo solicitado que identificassem os poliedros de Platão, sem fornecer definições explícitas. Para facilitar a compreensão, previamente, foram expostas figuras dos poliedros, como o tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

A intenção desta etapa foi fazer com que os alunos compreendessem a relação de Euler, uma fórmula matemática fundamental na geometria dos poliedros convexos. Estabelece uma relação entre o número vértices (V) mais o número de faces (F) igual ao número de arestas (A) mais dois, expressa pela seguinte fórmula: $V + F = A + 2$. Essa fórmula foi descoberta pelo matemático suíço Leonhard Euler no século XVIII e é válida para todos os poliedros convexos. A relação de Euler é notável porque, independentemente da complexidade do poliedro, a soma do número de vértices e faces menos o número de arestas sempre resulta em 2.

Os estudantes iniciaram a montagem pelo cubo, começando com dois quadrados. Após a construção dos poliedros, preencheram a tabela (tabela 1) com os dados coletados. Em seguida, foram orientados a reconhecer as regularidades de cada sólido geométrico exposto na tabela.

Tabela 1: Relação de Euler

| Nome | Tipo de face | n. de faces | n. de arestas | n. de vértices |
|------------|--------------|-------------|---------------|----------------|
| Tetraedro | | | | |
| Hexaedro | | | | |
| Dodecaedro | | | | |
| Icosaedro | | | | |
| Octaedro | | | | |

FONTE: Adaptado de Mundo Educação, 2023

Durante o processo de montagem, observou-se um engajamento significativo dos alunos, que demonstraram curiosidade e entusiasmo ao manipular os materiais. As duplas discutiram entre si as melhores estratégias para conectar os palitos de churrasco com as balas de goma, visando formar as estruturas geométricas corretas (figura 9). Esse momento de interação foi relevante para o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de resolução de problemas dos estudantes.



FIGURA 9: Dodecaedro produzido pelas alunas
FONTE: Pesquisa, 2024

Como pode ser visto na figura 9, evidenciando o dodecaedro, as alunas compreenderam a atividade proposta e obtiveram êxito na construção do material concreto. Além disso, foi notável a colaboração entre as duplas, que frequentemente trocavam ideias e ajudavam-se mutuamente na identificação dos poliedros. Alguns alunos, mais familiarizados com o tema, assumiram um papel de liderança, explicando conceitos e orientando seus colegas na construção

das figuras. Essa dinâmica colaborativa, portanto, possibilitou que se estabelecesse um ambiente de aprendizado mais rico e inclusivo.

Ao analisar estratégias didáticas para o ensino e aprendizagem de geometria espacial, Andrade (2019) salienta a importância de inserir metodologias diferenciadas na educação. Dessa maneira, defende que o uso dessas metodologias deve ser buscado pelo professor, de modo a atender aos estudantes, uma vez que cada indivíduo tem suas peculiaridades e, por isso, não detém os mesmos conhecimentos e aprendem de formas diferentes em um mesmo ambiente. Em sendo assim, destaca que o professor, ao diversificar suas aulas e propor atividades que despertem a atenção de seus alunos, o docente tende a aproximar o estudante da escola. Como consequência, há maiores possibilidades de prazer e motivação de estar em sala de aula.

Após a conclusão das montagens, os alunos foram incentivados a refletir sobre as propriedades dos poliedros construídos. Compararam as figuras montadas com as imagens fornecidas, verificando a precisão de suas construções. Em seguida, preencheram a tabela (tabela 1) com os dados coletados, como o número de faces, arestas e vértices de cada poliedro. Essa atividade permitiu uma análise mais aprofundada das características geométricas dos sólidos de Platão.

Posteriormente, foi realizada uma discussão com a turma sobre os valores encontrados na relação entre diferentes poliedros, em que os alunos apresentaram suas observações e considerações. Foram apresentados exemplos de situações em que algumas informações, como o número de arestas, estavam ausentes, mantendo-se as informações sobre faces e vértices. Durante essa discussão, foi evidenciado que cada um dos poliedros possui o número de vértices (V) mais o número de faces (F) igual ao número de arestas (A) mais dois, ou seja, $V + F = A + 2$, portanto Relação de Euler. Além disso, a pesquisadora solicitou que os alunos expusessem suas dificuldades durante a montagem e as estratégias formuladas para superá-las. Essa troca de experiências, então, serviu de reforço para o entendimento dos conceitos geométricos, bem como para promover uma aprendizagem colaborativa, de forma prática e interativa. Com a realização da atividade, esperava-se que a turma chegasse à compreensão da Relação de Euler, que foi formalizada logo em seguida.

Para encerrar esta etapa, foram propostas algumas questões em uma lista de exercícios, visando consolidar o conhecimento adquirido e estimular a reflexão sobre os conceitos discutidos. A atividade proporcionou uma compreensão prática e teórica dos poliedros de Platão, além de desenvolver habilidades de construção e análise geométrica nos estudantes.

Como parte integrante da sequência didática, a coordenação do Curso de Especialização em Ensino de Matemática: Matemática na Prática disponibilizou um roteiro de entrevista com uma pergunta fechada, com um conjunto limitado de opções de respostas, e cinco perguntas abertas, que permitiram respostas livres, com o foco nas percepções, opiniões e sentimentos dos alunos aplicadas ao final do projeto.

Com base nas respostas fornecidas pelos alunos, foi elaborado um texto de modo a compilar suas ideias, refletindo suas percepções e experiências com a metodologia aplicada na disciplina de Matemática. Dessa maneira, em relação à primeira pergunta, que trata do grau de afinidade com a matemática, os respondentes convergiram para uma média 4, em uma escala de 0 a 5, em que 0 representa nenhuma afinidade e 5 representa muita afinidade. Essa escolha demonstra um alto nível de interesse e uma aparente facilidade com a disciplina, indicando que a maioria dos alunos se sente confortável e confiante ao lidar com conceitos matemáticos.

A experiência com a metodologia aplicada na turma, segunda pergunta, foi descrita como motivadora, diferenciada, colaborativa e participativa. Os alunos destacaram que essa abordagem inovadora contribuiu significativamente para o aprendizado do conteúdo, tornando o processo educacional mais envolvente e eficaz.

Nenhum dos alunos havia participado anteriormente de projetos semelhantes na disciplina de Matemática, como indagou a terceira pergunta. Esse fato ressalta a novidade e a singularidade da metodologia aplicada, que despertou um relativo grande interesse e atenção dos estudantes.

Concernente à quarta pergunta, os alunos consideraram que a aplicação contínua desse tipo de metodologia durante o ano letivo seria extremamente interessante e proveitosa. Observaram que, embora as aulas teóricas sejam importantes, a inclusão de elementos práticos e interativos, como os proporcionados pela professora, enriquece o aprendizado e estimula o pensamento crítico.

Em relação às críticas e sugestões para futuras melhorias nas propostas criadas, abordadas na questão quatro, não houve respostas específicas dos alunos. No entanto, é possível considerar que a ausência de críticas pode ser interpretada como um indicativo de satisfação geral com a metodologia aplicada. Essa falta de *feedback* negativo sugere que os alunos estão, em sua maioria, contentes com a abordagem utilizada, o que pode refletir a eficácia e a aceitação das estratégias pedagógicas implementadas.

A autora acrescentou uma sexta pergunta ao questionário disponibilizado com o intuito de que os alunos avaliassem seus conhecimentos em geometria antes e após a aplicação da

sequência didática. Assim sendo, antes da aplicação, a maioria lembrava pouco do conteúdo de geometria do ensino fundamental e não tinha recordações de ter estudado geometria espacial no ensino médio até aquele momento. Portanto, as etapas contribuíram significativamente para o entendimento dos assuntos apresentados, com a metodologia adotada facilitando um melhor entendimento dos conceitos geométricos.

Este *feedback* dos alunos evidencia a eficácia da metodologia aplicada e sugere que a continuidade dessa abordagem pode trazer benefícios duradouros para o ensino e a aprendizagem de Matemática. A adoção de práticas pedagógicas inovadoras, que promovem a participação ativa e o engajamento dos estudantes, parece ser bem recebida e eficaz. Além disso, a satisfação dos alunos com a metodologia utilizada indica que tais estratégias não apenas facilitam a compreensão dos conteúdos, mas também tornam o processo de aprendizagem mais interessante e motivador. Portanto, a manutenção e o aprimoramento contínuo dessas práticas podem contribuir significativamente para o desenvolvimento acadêmico dos alunos e para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática.

Não se trata de substituir as aulas teóricas por ações puramente práticas, haja vista que o aprendizado teórico tem seu valor no processo de ensino e aprendizagem. A intenção, então, é integrar diferentes metodologias visando a aprendizagem dos alunos, que tenha sentido em suas vidas e os façam compreender o mundo em que estão inseridos.

É válido sublinhar que, em linhas gerais, os resultados da aplicação das atividades propostas convergem para aqueles apresentados por Rodrigues *et al.* (2024). Os autores destacaram que o uso de materiais concretos e lúdicos proporcionou ganhos em três formas de aprendizado: os alunos apontaram que a visualização espacial constitui um fator essencial na vida e na matemática; a manipulação dos materiais possibilitou a compreensão tridimensional da geometria espacial; e, por fim, foi sublinhada a relevância da ludicidade para um processo de ensino e aprendizagem de matemática mais atrativo e prazeroso. Feitos esses comentários, a seguir são colocadas as considerações finais da pesquisa, com apontamentos sobre o alcance dos objetivos e outras questões.

4. Considerações finais

Ao longo deste relato de experiência, foi possível observar a relevância do uso de materiais concretos para o processo de ensino e aprendizagem do tema geometria espacial. Importante destacar que houve preocupação da professora-pesquisadora em utilizar materiais

relativamente de baixo custo e de fácil acesso, o que possibilitaria replicação da atividade em momento posterior, pelos estudantes. Portanto, sustenta-se que os materiais selecionados, especialmente para a materialização tridimensional dos poliedros de Platão, como palitos de churrasco e jujuba, se mostraram aplicáveis. Isso, pois, foi capaz de proporcionar uma aprendizagem balizada na motivação pela atividade, compreensão dos conteúdos e interação entre os envolvidos, de forma divertida, lúdica e colaborativa.

Pelo exposto até aqui, apreende-se que o objetivo basilar da sequência didática elaborada foi plenamente alcançado. Isso porque os estudantes foram capazes de adquirir conhecimento sobre tópicos de geometria espacial e seus elementos, por meio da utilização de materiais concretos. À medida que as atividades aconteciam, percebeu-se que os alunos, em geral, desenvolviam suas potencialidades relativas à inteligência lógico-matemática e espacial, em um processo de ensino e aprendizagem possibilitado pela visualização prática daquilo que era exposto.

Importa frisar que o uso isolado dos recursos aqui mencionados pode não ser suficiente para garantir uma aula motivadora. Por isso, é pertinente que o professor esteja munido de outras estratégias didáticas, a exemplo da apresentação teórica dos conteúdos, o conhecimento prévio dos alunos e o estímulo à participação nas atividades. Desta forma, esse conjunto de ações pode implicar em uma aprendizagem que faça sentido para os alunos, haja vista a possibilidade de integração de diferentes abordagens metodológicas para o ensino de matemática, no caso em lide, assuntos relativos à geometria espacial. Ademais, considera-se que o uso sistematizado de recursos de apoio ao ensino funciona como potencializador da aprendizagem dos alunos, de forma leve e divertida, proporcionando uma eficácia no processo educativo na disciplina de matemática.

Referências

ANDRADE, A. M. **A geometria plana e espacial no ensino médio**: um contexto formal e não formal como espaço de aprendizagem. 2019. 242 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, Goiás, 2019. Disponível em <https://www.bdt.ueg.br/bitstream/tede/100/2/DISSERTA%C3%87%C3%83O%20FINAL.pdf>. Acesso em 10 ago. 2024.

ANDRADE, F. C. **Jujubas**: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. 2014. 63 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro,

Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/handle/unirio/11989>. Acesso em: 28 jul. 2024.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial União, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Seção 1, p. 27833-27841. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 20 ago. 2024.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 ago. 2024.

CARDIA, L. S. **Uma abordagem do ensino de Geometria Espacial: A Otimização de embalagens como contextualização do conceito de áreas de figuras planas e volumes dos sólidos geométricos**. 2014. 98 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ, 2014. Disponível em: <https://sistemabu.udesc.br/pergamumweb/vinculos/000081/00008162.pdf>. Acesso em: 28 jul. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. **Memórias de uma trajetória acadêmica de perseverança: vivências de uma educadora matemática em um curso de formação de professores de matemática**. Rio de Janeiro/Niterói – CEAD/UFF/2016.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino de Geometria em nossas mãos **SBEM**, v. 2, p. 19-25, Jan/jun 1994. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1334>. Acesso em: 28 jul. 2024.

NUNES, H. A. M. **Tarefas sobre geometria espacial: uma possibilidade para a leitura da produção de significados de estudantes do ensino médio**. 2023. 200 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Goiás, Jataí, Goiás, 2023. Disponível em: https://www.ifg.edu.br/attachments/article/1279/dissertacao_Helena_Aparecida_de_Melo_Nunes.pdf. Acesso em: 20 ago. 2024.

MORAES, L. S. **A Geometria Espacial no Ensino Médio: Um estudo sobre o uso do material concreto na resolução de problemas**. 2014. 57 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/9463>. Acesso em: 28 jul. 2024.

MUNDO EDUCAÇÃO. **A relação de Euler**. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/relacao-euler.htm>. Acesso em: 09 ago. 2024.

MUSSI, R. F.; FLORES, F. F.; ALMEIDA, C. B. Pressupostos para a elaboração de relato de experiência como conhecimento científico. **Revista Práxis Educacional**, v. 17, n. 48, p. 123-

145, 2021. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2178-26792021000500060. Acesso em: 13 ago. 2024.

QUADRAT, R. V. **Mudando a Forma e Mantendo o Volume**: Um Projeto Interdisciplinar com Embalagens no Ensino de Geometria Espacial Niterói. 2013. 45 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, 2013. Disponível em: <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/mudando-a-forma-e-mantendo-o-volume-um-projeto-interdisciplinar-com-embalagens-no-ensino-de-geometria-espacial/>. Acesso em: 28 jul. 2024.

RODRIGUES, G. A P. et al. Oficina de geometria espacial: estratégias para o ensino eficaz da matemática. **Revista de Gestão e Secretariado – GeSec**, v. 15, n. 6, p. 01-14, São José dos Pinhais, 2024. Disponível em: <https://ojs.revistagesec.org.br/secretariado/article/view/3763>. Acesso em 13 ago. 2024.

RODRIGUES, H. C. A. Matemática e jujubas: uma proposta lúdica no ensino de figuras e sólidos geométricos nas séries finais. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 7, **Anais...**, Online, Goiás-GO, 2021. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2021/TRABALHO_EV127_MD1_SA13_ID1494_11042019163132.pdf. Acesso em 11 ago. 2024.

SILVA, M.A.A; BRAZ, L.H.C. Geometria Espacial no Ensino Médio: investigação sobre as dificuldades no ensino-aprendizagem. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7, **Anais...**, Canoas, 2017. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6783/3311>. Acesso em: 28 jul. 2024.

SCHUNK. T. J. **Produção de significados para poliedros de Platão e relação de Euler numa abordagem utilizando a história da matemática no ensino fundamental**. 2021. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/1587/Disserta%20-%20Thaciane%20J%20Schunk.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 28 jul. 2024.

VITAL, C.; MARTINS, E. R.; SOUZA, J. R. O uso de materiais concretos no ensino de geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, **Anais...**, São Paulo, 2016. Disponível em: https://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5465_3722_ID.pdf. Acesso em 14 ago. 2024.