Combinação simples: um estudo a partir da estrutura do sistema braille como ferramenta de aprendizagem no ensino médio

Simple Combinations: a study based on the structure of the Braille system as a learing tool in high school

DÉBORA DE JESUS SANTANA[1]

IGOR CÁSSIO ROCHA DE OLIVEIRA[2]

RESUMO

Este artigo busca analisar a eficácia da metodologia de ensino de Combinação Simples mediante o uso da estrutura do sistema braille, descrita por Morais Filho (2013) para o ensino de Combinação Simples apresentada no curso de pós-graduação Matemática na Prática. Para fundamentação, essa pesquisa baseia-se principalmente, em estudos desenvolvidos por COUTINHO (2015) sobre Análise Combinatória e mais especificamente sobre Combinação Simples; e FERNANDES E SILVA (2020) que discorre sobre o sistema braille. O estudo possui uma abordagem qualitativa e apoia-se na pesquisa-ação, para tanto, buscou-se fazer uma abordagem metodológica que direciona para a construção e generalização do conceito de combinação simples. Os resultados da pesquisa indicam que os estudantes ficam mais seguros com o uso de fórmulas, entretanto, ainda que não estejam preparados para essa abordagem metodológica, anseiam por um ensino que desenvolva seu raciocínio e que esteja relacionado com suas vivências.

Palavras-chave: *Combinação Simples; Sistema Braille; Aprendizagens.*

ABSTRACT

This article aims to analyze the effectiveness of the teaching methodology of Simple Combination through the use of the Braille system structure, as described by Morais Filho (2013) for teaching Simple Combination presented in the postgraduate course "Mathematics in Practice." For its foundation, this research primarily relies on studies developed by Coutinho (2015) on Combinatorial Analysis and more specifically on Simple Combination, and by Fernandes and Silva (2020), which discusses the Braille system. The study adopts a qualitative approach and is based on action research. Therefore, a methodological approach was sought that directs the construction and generalization of the concept of simple combination. The research results indicate that students feel more confident using formulas; however, although they are not yet prepared for this methodological approach, they yearn for teaching that develops their reasoning and is related to their experiences.

Key-words: *Simple Combination; Braille code; Learnings.*

Introdução

A análise combinatória é um ramo da matemática que explora as diferentes formas de contar, agrupar e organizar elementos de um conjunto. Essa área possui características que tem desafiado professores e estudantes nos processos de ensino e aprendizagem desses conceitos. Segundo Alves e Segadas (2012), existem deficiências na formação no conteúdo de análise

[1] Colégio Estadual Bento Alves das Neves – deborajs.412@gmail.com

[2] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – igor.cassio@ifba.edu.br

combinatória dos alunos que se tornarão professores, e se essas falhas não forem corrigidas, poderão se perpetuar nas salas de aula, resultando no chamado ensino em cascata desse ramo. Nesse sentido esse artigo apresenta uma metodologia de ensino que relaciona o conteúdo matemático com as vivências fora do ambiente da sala de aula com o intuito de fugir do formalismo das aulas puramente "formulistas", uma vez que segundo Coutinho (2015) proporcionam uma visão diferente do conceito antes de sua generalização.

O foco desse estudo é direcionado para a combinação simples, um conceito essencial, mas frequentemente desafiador, pois apesar de sua importância apresenta fragilidade em sua abstração pelos estudantes e tem sido considerado como um dos conceitos mais difíceis em análise combinatória (PESSOA; BORBA, 2009). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018 indica que o Ensino Médio precisa dar continuidade as aprendizagens desenvolvidas no Ensino Fundamental com foco na construção de uma visão integrada da matemática, aplicada à realidade do estudante. Diante disso, é sensato discutir o ensino de análise combinatória, considerando que Pessoa e Borba (2010) afirmam que a análise combinatória não é útil apenas na Matemática Teórica e em sua aplicação em sala de aula, uma vez que, evoluiu significativamente e atualmente seus métodos são utilizados em várias áreas.

O conteúdo de análise combinatória pela leitura de Pessoa e Borba (2009) apresenta-se como uns dos assuntos com baixo rendimento pelos estudantes. Nesse contexto é importante apresentar metodologias de ensino que favoreçam as aprendizagens da temática em questão. Vale a pena testar ferramentas que possibilitam uma abordagem diferenciada do conceito de combinação simples e que aproxime esse conteúdo do cotidiano dos estudantes.

Com o propósito de desenvolver as aprendizagens de combinação simples que "promovam ações que estimulem processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos" (BRASIL, 2018), foi pensado uma metodologia de ensino que proporcione ao educando "investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática" (BRASIL, 2018, p.519).

A estratégia adotada para esse estudo é a utilização da estrutura do sistema braile cujas características permitem a sistematização do conteúdo de combinação simples e amplia as possibilidades de diálogos em sala de aula, com temas relevantes como acessibilidade e inclusão. A percepção do código braille como ferramenta de ensino de matemática aconteceu no curso de pós-graduação para o qual essa pesquisa está sendo realizada, na componente curricular matemática discreta que apresentou possibilidades e diferentes técnicas de ensino e aprendizagem de Análise Combinatória. Vale ressaltar que essas técnicas fogem do tradicionalismo do ensino puramente por meio de fórmulas e sugerem estratégias metodológicas baseadas na construção do conhecimento por meio de situações ou objetos do cotidiano.

Assim, a escolha pelo tema se deu pela curiosidade em unificar o sistema braille com o ensino de matemática, visto que, em ocasião anterior foi proporcionado o contato com a leitura e escrita braille, porém não houve dedução de possíveis relações entre esses dois sistemas. Além disso, ao utilizar a estrutura do sistema braille para o ensino de combinação simples pode-se verificar se essa ferramenta é capaz de auxiliar no processo de entendimento desse conceito pelos estudantes e consequentemente proporcionar modos diferentes de ensino e dar um novo significado as aprendizagens desse conteúdo, dado que outras experiências em sala de aula com esse conteúdo revelaram-se pouco exitosas.

Diante do contexto exposto surgiu o seguinte questionamento: o uso da estrutura do sistema braille pode ser usado como ferramenta metodológica de ensino, enquanto material manipulável, para auxiliar na construção do conhecimento de combinação simples? Na busca por respostas ao questionamento, esse estudo buscou analisar a eficácia da metodologia de ensino de combinação simples mediante o uso da estrutura do sistema braille, numa turma de terceira série do ensino médio da rede pública de ensino em São Desidério – Ba.

1. Revisão de literatura

1.1. Combinação Simples

O ensino de combinação simples é um tema discutido por pesquisadores da área da educação matemática. Apesar de ser um conteúdo aparentemente simples e de fácil compreensão, os estudos de Pessoa e Borba (2009, 2010) apresentam que em análise combinatória, a combinação simples tem se mostrado como um dos conceitos de maior dificuldade de entendimento.

Coutinho (2015, p.15) assume que análise combinatória "é o ramo da Matemática que compreende técnicas de contagem de elementos pertencentes a um determinado agrupamento que satisfazem determinadas condições" e destaca que "os problemas de combinações são os que apresentam os menores índices de acertos ou se apresentam como os de compreensão mais difícil" (COUTINHO 2015, p. 18). Santos (2017, p.11) reforça que "as resoluções de problemas combinatórios requerem por parte do aluno uma análise cuidadosa, pois cada problema oferece uma solução distinta, ou várias possibilidades a serem consideradas", nesse caso, o estudante precisa interpretar a natureza do problema e a partir dessa compreensão, desenvolver a resolução.

No entanto, compreender e aplicar diferentes técnicas de resolução de problemas específicos de análise combinatória é um percalço para o estudante, diz Coutinho (2015). Pessoa e Borba (2010) ressaltam que conhecer a natureza do problema e identificar o modo de agrupamento de cada um, permite que o aluno avance na construção do conhecimento combinatório. Porém, nos problemas de combinação o obstáculo é o estudante não perceber ou não reconhecer que a ordem dos elementos a serem agrupados não gera um novo tipo de agrupamento, como explicam Pessoa e Borba (2010, p.5) "Tendo *n* elementos, poderão ser formados agrupamentos ordenados de 1 elemento, 2 elementos, 3 elementos.... *p* elementos, com $0 < p < n$, *p* e *n* naturais; - A ordem dos elementos não gera novas possibilidades".

Para exemplificar a definição acima, trago um problema apresentado por Coutinho (2015):

> *De quantas maneiras Carlos pode levar 3 camisetas em sua viagem, se ele dispõe de 5 camisetas de cores diferentes?* Neste problema, escolher as camisetas amarela/verde/vermelha, por exemplo, é idêntico a escolher verde/vermelha/amarela. Isso sugere que a combinação das camisetas de cores amarela, verde e vermelha não devem ser contadas mais de uma vez. É exatamente esse detalhe que muitas vezes não é percebido pelos alunos (Coutinho, 2015, p.19, grifo do autor)

A forma como o conteúdo de combinação simples é apresentada aos estudantes pode ser o divisor entre uma aprendizagem consistente e uma aprendizagem superficial. Nesse sentido Santos (2017) discorre que,

> a apreensão dos conceitos inerentes a AC [Análise Combinatória], muitas vezes depende do modo como serão apresentados aos alunos. Portanto, as diversas possibilidades utilizadas como desenhos, listagens e árvores de possibilidades permite aos alunos assimilar tais conceitos de maneira mais dinâmica (Santos, 2017, p. 13).

Deve-se salientar que outros fatores também podem estar relacionados às dificuldades de aprendizagem de combinação simples, um deles é o fato de os próprios professores não se sentirem seguros em ministrar o conteúdo. Essa insegurança é discutida por Coutinho (2015),

> [...] até mesmo os professores admitem não possuir os conceitos de combinatória construídos de maneira sólida e significativa e que optam por ensiná-los como um processo de aplicação de fórmulas prontas. Para os mesmos autores, as fórmulas existem para facilitar a contagem de elementos sem ter que listá-los; no entanto, conhecer apenas as fórmulas não garante sucesso na solução de problemas combinatórios. (Bortoloti e Ferreira, 2013 apud Coutinho, 2015, p.50)

Esta afirmação nos leva a inferir que a forma como o conteúdo é abordado em sala de aula também influencia na (in)compreensão dos alunos. Sobre isso Coutinho (2015) discorre que o ensino deve ser baseado na resolução de situações combinatórias,

> O papel do ensino formal (ensino ocorrido na escola) quando afirmam que tal ensino deve possibilitar o uso de estratégias informais e formais na resolução de situações combinatórias, baseadas sempre na compreensão das situações por parte dos alunos. (Coutinho, 2015, p.41)

No que se refere ao uso de fórmulas no ensino de combinação simples, Alves e Segadas (2012) afirmam que a quantidade de soluções incorretas que seguem o caminho das fórmulas, levam a conclusão de que, embora seu uso seja uma opção viável, nem sempre tem sido feito de forma eficiente.

> Apesar de haver cada vez mais professores conscientes da importância de um trabalho que priorize o raciocínio combinatório, e o uso consciente dos princípios aditivo e multiplicativo, ainda ocorre relativamente cedo a formalização do assunto, e com bastante ênfase nas fórmulas para a contagem de cada tipo de configuração. Esse tipo de ênfase, embora seja um caminho possível, não parece trazer grandes benefícios para a aprendizagem (ALVES; SEGADAS, 2012, p.414)

Ao considerar as dificuldades de aprendizagem de análise combinatória, especialmente em combinação simples, apresentadas pelos autores, o uso da estrutura do sistema braille se apresenta como uma aplicação prática dos conceitos combinatórios, podendo ser utilizado nos processos de ensino e aprendizagens.

1.2. O Código Braille

Nesse estudo é importante apresentar a estrutura do sistema braille bem como um pouco de sua história que se inicia com uma trágica situação, mas que posteriormente ampliou os meios de informação e comunicação da pessoa com deficiência visual. Morais Filho (2013) conta um pouco sobre essa história e define o braille como,

> [...]um método de escrita desenvolvido para que pessoas cegas possam ler usando o tato. Seu criador, Louis Braille (1809-1852), ficou cego aos três anos de idade em razão de um ferimento no olho causado por um objeto pontiagudo que seu pai usava para fabricar selas de animais. O ferimento infeccionou e provocou também a perda da visão do outro olho, deixando-o com deficiência visual total (Morais Filho, 2013, p.37).

O sistema braille corresponde a um código universal de leitura e escrita em alto relevo que possibilita às pessoas com deficiência visual autonomia para a leitura e escrita, afirma Silva Neto (2019). E “foi de grande aceitação para a maioria das pessoas cegas pois, além da aplicabilidade e eficiência, ele permitiu a possibilidade de viabilizar o melhor meio de leitura e escrita diante dessa invenção” (SILVA NETO, 2019, p.30). Além disso, também proporciona acessibilidade àqueles que necessitam da escrita braille para apropriar-se de informações corriqueiras pois, “há várias informações escritas em Braille, o que propicia aos deficientes visuais uma inserção social mais efetiva” (MORAIS FILHO, 2013, p.37).

A estrutura básica do sistema braille foi definida por Louis Braille, e segundo Silva Neto (2019) é utilizada mundialmente baseando-se na combinação de 63 pontos que representam as letras do alfabeto, os números e outros símbolos gráficos. Sá, Campos e Silva (2007) explicam que a combinação dos pontos é obtida pela disposição de seis pontos básicos, organizados espacialmente em duas colunas verticais com três pontos à esquerda (1, 2, 3) e três pontos à direita (4, 5, 6) numa cela denominada cela braille. Assim, o sistema braille possui características que permitem explorar conceitos matemáticos. Nesse estudo especificamente, a intenção é explorar o conteúdo de combinação simples por meio da estrutura do sistema braille.

1.3. Combinação Simples no código Braille

O ensino de combinação simples objetiva que o aluno compreenda que ao agrupar elementos de um conjunto, a disposição em que esses elementos aparecem nos subconjuntos formados, não gera novas possibilidades de agrupamentos. Esse evento é percebido no sistema braille, pois independentemente da ordem em que os pontos são gerados na cela braille para representar um símbolo específico, não modifica sua representação.

> [...] ao escolhermos um agrupamento, a ordem de seus elementos não deve ser levada em conta. Por exemplo, no alfabeto Braille, ao escolher para pintar de preto o agrupamento composto pelos dois pontos da primeira linha, poderíamos escolher o primeiro ponto para pintar e depois o segundo, ou escolher o segundo ponto para pintar e depois o primeiro. A ordem dessa escolha não altera o agrupamento (Morais Filho, 2013, p.47)

Com o intuito de esclarecer o que foi dito, observe o seguinte exemplo: *para codificar a letra “f” são puncionados na cela braille os pontos 1 (primeira linha e primeira coluna), 2 (segunda linha e primeira coluna) e 4 (primeira linha e segunda coluna), dizemos então que a letra f é representada pelo agrupamento (1, 2, 4). Porém, se a ordem da punção for alterada para (1, 4, 2), (2, 1, 4), (2, 4. 1), (4, 1, 2) ou (4, 2, 1) o símbolo a ser representado é o mesmo, nesse caso a letra f.*

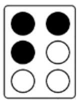


FIGURA 01 – Letra *f* em código braille
FONTE: adaptado de http://www.profcardy.com/cardicas/braille/

A **Figura 01** mostra que independentemente da ordem em os pontos são puncionados, se a punção for feita nos mesmos pontos, o símbolo é sempre o mesmo. Observe que no código braille cada possibilidade de punção em pontos diferentes gera símbolos diferentes.

É preciso ressaltar que embora a ordem em que os elementos são puncionados não seja relevante para a representação do símbolo na cela braille, essa ordem é considerada na aprendizagem do sistema braille, pois facilita decorar a sequência de pontos que representam os símbolos sem a necessidade de visualiza-los ou senti-los, uma vez que essa necessidade implicaria em sucessivos erros de escrita. No entanto, não é pretensão desse estudo ensinar a leitura e escrita braille e sim, se apropriar de uma característica específica do código braille para conduzir o ensino de combinação simples. Para tanto, será desconsiderada as sequências de punções dos símbolos no código braile e também será substituído o termo 'punção de pontos' por 'pontos pintados', uma vez que o material utilizado na pesquisa foram folhas de papel e lápis, ao invés de regletes e punções (instrumentos utilizados na escrita braille).

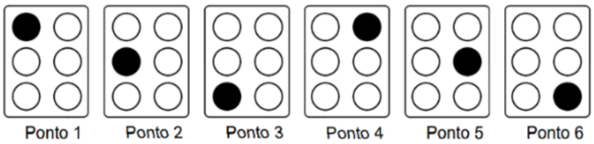


FIGURA 02 – Símbolos em código braille
FONTE: Fernandes e Silva, 2020

Na **Figura 02** é percebido que existem seis possibilidades de símbolos diferentes marcando-se apenas um ponto na cela braille, desde que localizados em pontos distintos. No ponto 1, por exemplo, está representada a letra "*a*", enquanto no ponto 2 está a representação de "*decimal*". Dessa forma, temos 6 possibilidades para marcar um único ponto na cela braille. "Logo, temos um total de seis subconjuntos com 1 ponto marcado no conjunto de 6 pontos disponíveis nas celas" (FERNANDES e SILVA, 2020, p.105).

Se continuar a contar os agrupamentos de 2, 3, 4, 5 e 6 punções em pontos distintos obteremos símbolos distintos, conforme descreve Fernandes e Silva (2020).

> Assim temos um total de 15 subconjuntos ao tomarmos 2 pontos quaisquer dentre os 6 pontos da cela braille. É possível listar todos os subconjuntos tomando 3, 4, 5 e 6 pontos quaisquer da cela, procedendo da mesma forma. E assim, por meio da cela braille podemos introduzir o conceito de combinações simples e futuramente trabalhar com o modelo para combinações simples, a saber, $Cn,p = n! \,/\, (n-p)!p!$ (Fernandes e Silva, 2020, p. 107)

Observe que nesse modelo de agrupamentos a ordem não é importante e também não pode haver repetições, se isso acontecer, o mesmo símbolo será representado duas vezes. Logo, essa característica do braille mostra uma aplicação prática para o ensino de combinação simples.

Com essa finalidade, esse estudo explorou dois métodos descritos por Morais Filho (2013): método 1 (focando na quantidade de pontos, independentemente de estarem pintados ou não) que explora potências de base dois com o objetivo de descobrir quantas possibilidades existem para um ou mais pontos pintados/não-pintados na cela braile; e método 2 (focando na quantidade de pontos pintados) que se apropria do conceito de simetria para que possa chegar a quantidade de configurações possíveis na cela braille.

Ambos os métodos buscam resolver a mesma situação problema, porém, com abordagens diferentes e direcionadas para as aprendizagens de combinação simples pois, segundo Morais Filho "explorando diferentes formas de resolver um mesmo problema, ampliamos nosso leque de opções para quando formos resolver um problema semelhante." (MORAIS FILHO, 2013, p.43).

2. Caminhos metodológicos

Em decorrência dos objetivos propostos neste estudo é apropriado fazer uma abordagem qualitativa, sabendo que "a pesquisa qualitativa é um método científico que expõe a realidade e busca respostas, explicações que proporcionam compreensão e consequentemente conhecimento aos envolvidos no processo" (PORTO, 2017, p.42). Dessa forma, o método qualitativo agrega à pesquisa uma ampla visão do problema investigado, bem como das peculiaridades que os sujeitos apresentam durante a investigação, o que possibilita melhor compreensão dos resultados obtidos em cada etapa da pesquisa.

Nesse sentido, explorar os diferentes aspectos que se apresentam durante a pesquisa, com a possibilidade de ajustar os métodos utilizados conforme haja necessidade, é de suma importância para que alcance os objetivos traçados. Para isso, essa pesquisa é de caráter exploratório, pois "este tipo de pesquisa tem por objetivo conhecer o problema a ser investigado, tornando-o mais compreensível" (KAUARK, 2010 apud PORTO, 2017, p.42).

Quanto aos procedimentos, esse estudo apoia-se na pesquisa-ação pois, segundo Porto (2017, p.43) "a pesquisa-ação é uma prática reflexiva de caráter social que além de proporcionar observar e compreender a realidade do ambiente investigado, procura também modificá-lo".

Nesse sentido, a pesquisa-ação qualifica esse estudo, pois a interferência planejada da pesquisadora no processo de investigação, permite a sistematização da metodologia para que haja compreensão dos fatos ocorridos e facilite o levantamento dos dados. A coleta de dados foi realizada por meio de uma sequência didática pautada na utilização do código braille para o ensino de combinação simples, conforme a sequência didática apresentada por Morais Filho (2013). E como instrumentos metodológicos, apropriou-se da observação e de questionário/atividade para verificação da aprendizagem.

2.1. Universo da pesquisa

A presente pesquisa foi realizada numa escola da rede estadual de ensino, localizada na cidade de São Desidério – BA. Trata-se de uma escola de pequeno porte com 218 alunos matriculados e que recebe discentes da zona urbana e zona rural, porém a maioria são estudantes que residem na zona rural. Os sujeitos da pesquisa são dezoito estudantes da terceira série do ensino médio matriculados regularmente nessa escola. A escolha por essa série se deu pelo fato desses estudantes não terem visto o conteúdo de análise combinatória nos anos de 2020 e 2021, devido ao afastamento da escola imposto pela pandemia COVID-19.

2.2. Procedimentos

Os procedimentos da pesquisa foram organizados baseados na sequência didática de Morais Filho (2013), com algumas alterações para atender aos objetivos propostos. Dessa forma, a pesquisa foi dividida em quatro etapas.

A primeira etapa baseia-se na apresentação do sistema braille em sala de aula. Nessa etapa, o foco foi apresentar a estrutura do código braille e explicar como é feita a sua leitura, e para isso utilizou-se como instrumento de apoio apresentação de slides com auxílio de software. Neste momento, foi importante fazer alguns apontamentos sobre as implicações desse sistema na vida da pessoa com deficiência visual, com reflexões acerca do tema transversal da acessibilidade.

No segundo momento, o objetivo foi explorar o conceito de combinações simples no sistema braille de forma gradativa e sem aplicação de fórmulas. Para esse processo se fez necessário recorrer aos métodos 1 (Focando na quantidade de pontos, independentemente de estarem pintados ou não) e 2 (Focando na quantidade de pontos pintados) apresentado por Morais Filho (2013).

O método 1 se caracteriza pela contagem de possibilidades de configurações distintas na cela braille feita ponto a ponto, considerando a configuração com ponto pintado e não pintado, ou seja, inicia-se a contagem de configurações possíveis com a cela em que tem apenas um ponto, seguida da cela com dois pontos, com três pontos e assim sucessivamente. Nesse método o estudante explora o conceito de combinação simples ao verificar que a cada ponto adicionado a cela braille, dobra-se a quantidade de configurações possíveis sem que haja repetição.

O método 2 é uma forma de construir todas as configurações de celas distintas de forma manual que possibilita a visualização de todas as celas de forma individual. Nesta etapa, o conceito de combinação simples fica evidente ao perceber que independentemente da forma em que as celas são geradas e da ordem em que os pontos são pintados, a quantidade de configurações não se altera.

Em ambos os métodos o recurso utilizado foram folhas impressas com diversas celas braille em branco, para que o estudante realizasse as contagens de combinações conforme instruções da mediadora em sala de aula.

Na terceira etapa foram apresentados exemplos de combinações matemáticas em que a ordem dos elementos gera combinações diferentes e exemplos em que a ordem dos elementos não altera a combinação, especificando a partir daí o conceito de combinação simples e sua generalização.

Por fim, na quarta etapa, a proposta foi que os estudantes recorressem às aprendizagens de combinação simples desenvolvidas nas etapas anteriores, para que obtivessem segurança e clareza na resolução de questões pautadas em códigos braille hipotéticos.

3. Resultados e discussões

A análise dos dados buscou de forma clara e objetiva descrever os procedimentos didáticos utilizados na pesquisa e os resultados obtidos em cada uma das etapas desenvolvidas. Levou-se em consideração as impressões e observações do pesquisador, uma vez que, buscou-se em todo o processo dar subsídios para que o estudante pudesse participar efetivamente do processo de ensino e aprendizagem.

3.1. O sistema Braille e suas características

No intuito de aguçar a curiosidade dos alunos a aula inicia-se com a imagem de uma mensagem codificada em braille conforme **Figura 03.**

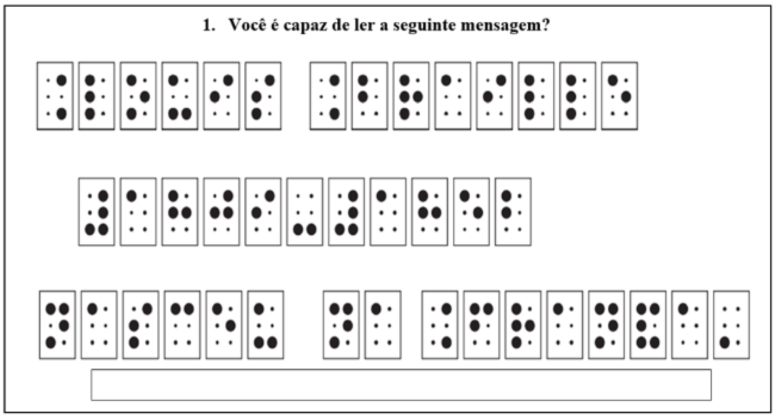


FIGURA 03: Mensagem em código Braille
FONTE: Morais Filho, 2013

Nesse momento, a mediadora pediu a turma que fizessem a leitura da mensagem e imediatamente um estudante retruca dizendo que não há possibilidade de ler pois não há palavras na mensagem, outros também se manifestam e apresentam os mesmos argumentos, entretanto, em alguns instantes, um aluno faz a seguinte colocação:

> *– Professora, não dar pra ler a mensagem porque eu não sei o que cada figura representa, se a senhora explicar o que cada "quadradinho" desse é, tipo uma palavra ou uma letra, daí a gente pode até conseguir ler a mensagem*.

A fala do estudante gera um burburinho em sala com todos os alunos concordando com o colega.

Tomando como ponto de partida a fala do aluno, a mediadora fomenta a discussão com imagens do código apresentado em caixas eletrônicos, elevadores e produtos do cotidiano. A resposta dos alunos vem imediatamente: "*professora, isso é coisa de cego*", "*eles leem passando a mão*", "*é braille gente, eu já vi isso no banco*", "*tem nas caixinhas de remédio mesmo, para as pessoas com deficiência visual*". A partir desse momento, os alunos começaram a indagar se iriam ter aula de matemática ou se iriam aprender a ler o código braille e até mesmo os estudantes que estavam concentrados no celular passaram a interagir com o contexto de sala de aula.

Com as discussões mais calmas, foi explicado aos estudantes que nos próximos instantes eles teriam as informações necessárias para decodificarem a mensagem. O momento foi propício para uma conversa sobre o surgimento do código braille, sua utilidade para a pessoa com deficiência visual e uma reflexão acerca da acessibilidade que essa escrita oferece. Ainda, foram abordados os desafios que a pessoa com deficiência visual enfrenta na tentativa de garantir seus direitos básicos, como o direito de ir e vir e o acesso à educação, por exemplo.

Para os estudantes entenderem como funciona o código braille foi esclarecido que para efeitos dessa pesquisa, as punções dos pontos (que gerariam sobressalência do ponto no papel) foram substituídas por pontos pintados (interior preenchido por tinta preta, sem sobressalência), não havendo necessidade de leitura pelo tato. E de forma exemplificada foi explicado aos estudantes a estrutura desse código, tomando como exemplo as letras ***a*** e ***k***, conforme pode ser observado na **Figura 04**.

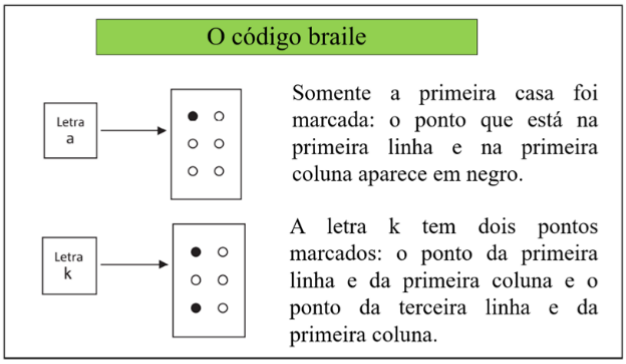
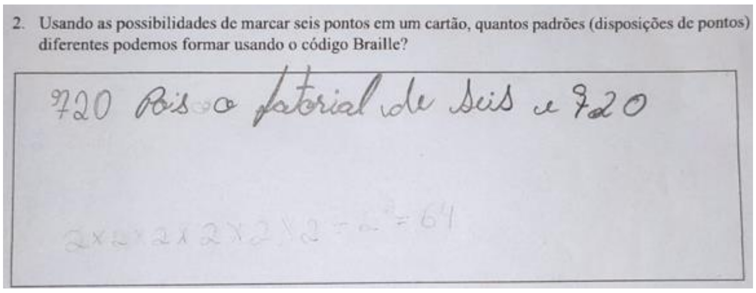


FIGURA 04: Representação das letras *a* e *k* em código braille
FONTE: Morais Filho, 2013

Com o objetivo de direcionar as informações adquiridas para que os estudantes descubram a quantidade de todas as possíveis configurações distintas de pontos pintados na cela braille, foi feita a seguinte indagação: "**Usando as possibilidades de marcar até seis pontos em uma cela braille, quantos padrões (disposições de pontos) diferentes podemos formar usando o código braille**?". Para responderem esse questionamento, o esperado era que os estudantes recorressem ao Princípio Fundamental da Contagem (PFC) e obtivessem a quantidade de padrões distintos, 64 padrões, incluindo a possibilidade de cela braille em branco, ou seja, sem nenhum ponto pintado.

Entretanto, os estudantes recorreram à permutação de seis elementos e quando questionados sobre o motivo que os levou a utilizarem a permutação, responderam que associaram ao conteúdo recentemente estudado, reforçando que ainda havia lacunas na aprendizagem de tal conceito. A **Figura 05** revela que o estudante ficou em dúvida em qual procedimento utilizar, PFC ou Permutação. Nesse caso, o discente optou pela permutação de 6 elementos. Esse fato foi percebido em sala de aula, quando o estudante após ter feito o cálculo de permutação resolveu utilizar o PFC, mas ao comparar sua resposta com os colegas optou pela primeira resposta. Fato também evidenciado pela presença da marca no papel do cálculo do PFC apagado logo abaixo do cálculo de permutação.


2. Usando as possibilidades de marcar seis pontos em um cartão, quantos padrões (disposições de pontos) diferentes podemos formar usando o código Braille?

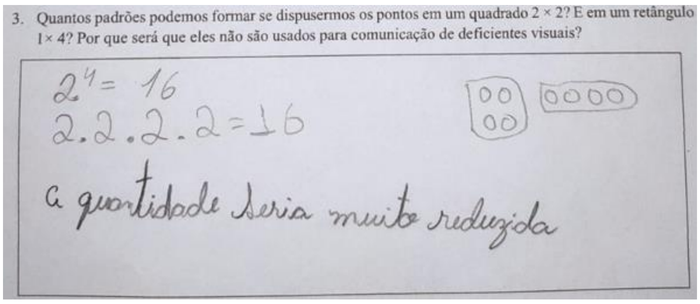
720 Pois o fatorial de Seis e 720

$2\times2\times2\times2\times2\times2=2^6=64$

FIGURA 05: Resposta de estudante diante do questionamento feito
FONTE: Dados da pesquisa (2022)

Foi percebido que os alunos ainda não conseguiam utilizar com segurança o PFC e que não estavam prontos para avançar os conhecimentos em análise combinatória. Por isso, fez-se necessário a mediação da professora nessa etapa da atividade retomando o conceito de PFC para que pudessem perceber e corrigir o erro que haviam cometido.

Esclarecido tal conceito e com o objetivo de reforçar a aprendizagem, os estudantes foram convidados a responderem ao questionamento: "**Quantos padrões podemos formar se dispusermos os pontos em um quadrado 2 × 2? E em um retângulo 1×4? Por que será que eles não são usados para comunicação de deficientes visuais?**". Conforme pode ser visto na **Figura 06**, para esse questionamento as respostas foram similares, com a conclusão que o número de configurações é insuficiente para preencher a quantidade de símbolos que precisam ser representados em braille.


3. Quantos padrões podemos formar se dispusermos os pontos em um quadrado 2 × 2? E em um retângulo 1× 4? Por que será que eles não são usados para comunicação de deficientes visuais?

$2^4 = 16$

$2.2.2.2=16$

a quantidade Seria muito reduzida

FIGURA 06: Resposta de estudante diante do questionamento feito
FONTE: Dados da pesquisa (2022)

Com o intuito de ampliar o conhecimento sobre o sistema braille e para entenderem que a quantidade de possibilidades de configurações da cela braille por si só, não são suficientes para representar todos os caracteres que são utilizados para a escrita, um novo questionamento foi feito à turma: "**Agora sabemos que pode-se formar 64 padrões distintos na cela braille, no entanto a cela em branco, sem nenhum ponto marcado não se configura como símbolo em braille, então restam 63 símbolos que podem ser usados. Vocês acham que 63 símbolos**

podem suprir a necessidade de representação de todos os caracteres (letras, números, pontuação, etc.) que utilizamos na escrita?”.

Ainda que alguns alunos hesitaram, o ‘NÃO’ foi unânime. Assim, para concluir as noções básicas sobre o código braille foi apresentado alguns casos cujas representações em braille necessitam do auxílio de artifícios específicos. Para exemplificar o evento e intencionalmente direcionar a turma a uma inevitável comparação entre a escrita matemática em braille e a escrita matemática comum, foi apresentada expressões matemáticas conforme **Figura 07**:

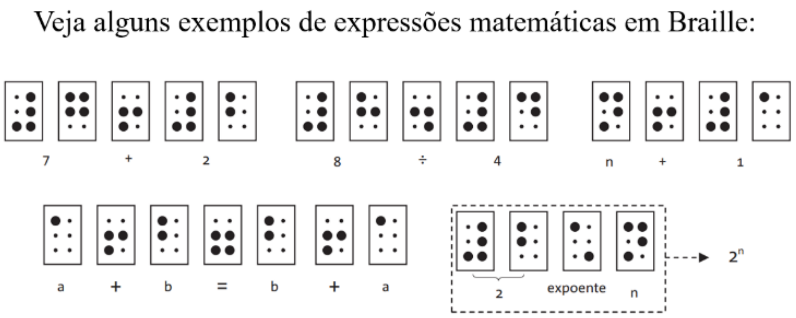


FIGURA 07: Expressões matemáticas em braille
FONTE: Morais Filho, 2013

Por meio das expressões matemáticas da **Figura 07**, a turma fez uma reflexão acerca dos desafios que os estudantes que utilizam o sistema braille se deparam ao longo de sua formação acadêmica. Concluíram que esses desafios podem ser acrescidos das dificuldades que grande parte das pessoas com ou sem deficiência visual, apresentam em matemática. Por fim, a frase codificada inicialmente em braille é retomada e a turma é convidada para decifrá-la, conforme **Figura 08**.

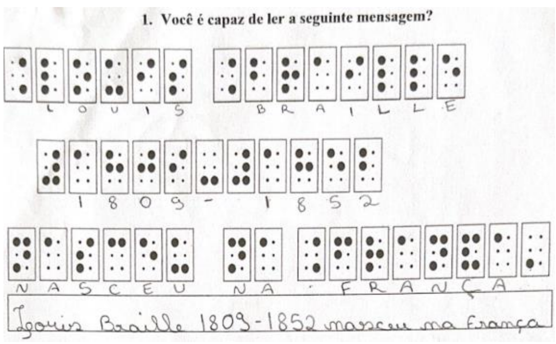


FIGURA 08: Mensagem decodificada pelo estudante
FONTE: Dados da pesquisa (2022)

3.2. Focando nos métodos 1 e 2 para a construção do conceito de combinação simples

A segunda etapa da pesquisa configura-se com a exploração de dois métodos distintos que levam a contagem das possíveis configurações que podem ser formadas com uma disposição de 3x2 pontos como no código braille. É relevante para a pesquisa recorrer a esses métodos porque além de ampliar o leque de possibilidades para a resolução de problemas semelhantes, também auxilia no processo de construção do conceito de combinação simples.

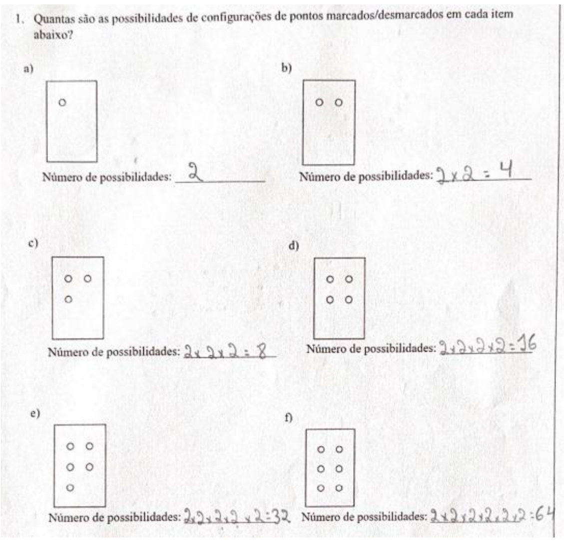
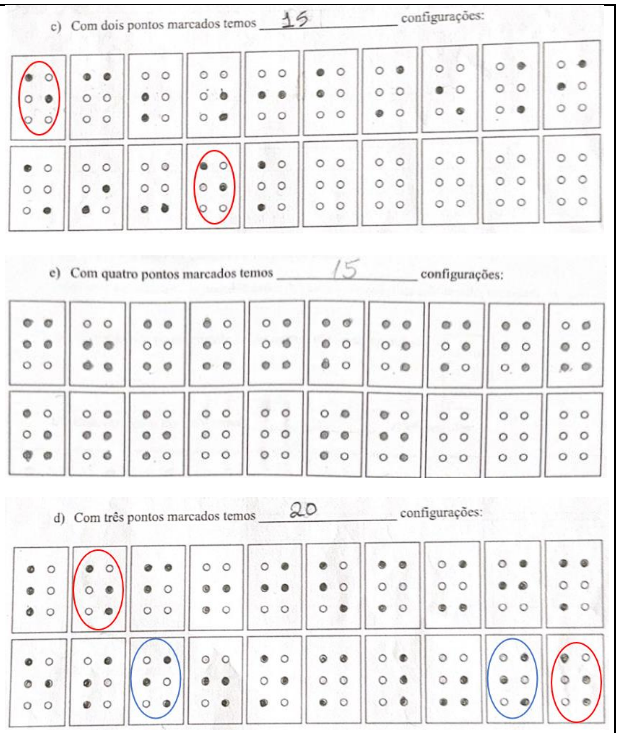
O primeiro método foca na quantidade de pontos independentemente de estarem pintados ou não. Esse método objetiva que o estudante perceba que para cada ponto adicionado ao retângulo dobra-se a quantidade de configurações distintas, sendo desnecessária a contagem detalhada de todas as possibilidades de configurações até o último retângulo com os seis pontos. No entanto, em cada item, os estudantes fizeram sucessivas multiplicações por dois, cujos fatores se repetiam segundo a quantidade de pontos desenhados em cada retângulo.

Já o segundo método foca na quantidade de pontos pintados, onde este método requer que os estudantes descubram a quantidade de configurações distintas, pintando todas as possibilidades, uma a uma de modo que se perceba a simetria existente entre as quantidades de pontos pintados e assim, não precisaria fazer a contagem individual em todos os casos. Por exemplo, se são 15 possíveis configurações para dois pontos pintados, significa que também são 15 possíveis configurações para quatro pontos pintados, pois são seis pontos no total em cada cela, e contar os dois pontos pintados é o mesmo que contar quatro pontos não pintados. Logo, uma única contagem seria suficiente para determinar a quantidade de configurações nesses dois casos. Esse raciocínio é importante para que o estudante perceba que a ordem em que os pontos são pintados não interfere no resultado da contagem.

O **Quadro 01** sintetiza os resultados obtidos nessa etapa, apresentando na primeira coluna uma das resoluções dos estudantes para o método 1 e na segunda coluna, resoluções para o método 2.

Quadro 01: Resoluções dos estudantes aplicadas aos métodos 1 e 2

Método 1: Focando na quantidade de pontos, independentemente de estarem pintados ou não.	Método 2: Focando na quantidade de pontos pintados.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Os estudantes não simplificaram a resolução por meio da potenciação ou cálculos mentais, preferiram de forma redundante repetir os cálculos feitos nos itens anteriores, o que revela terem pouca desenvoltura na realização dos processos matemáticos.</td>
<td>Os estudantes não perceberam que contar 2 pontos pintados é o mesmo que contar 4 pontos não pintados. Assim, tentaram fazer todas as configurações caso a caso, acarretando em diversos erros com repetições de configurações, o que gerou impaciência e consequentemente levou alguns alunos à desistência desse processo.</td>
</tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Essa etapa da pesquisa teve como objetivo dar subsídios para a introdução do conceito de combinação simples, com essa finalidade foram feitos dois questionamentos:

a) Tanto no método 1 quanto no método 2, a ordem em que os pontos foram escolhidos para serem pintados, altera a quantidade de configurações possíveis?

b) Pode-se concluir então, que a ordem em que os pontos foram pintados na mesma cela não altera o agrupamento?

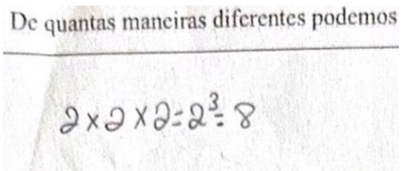
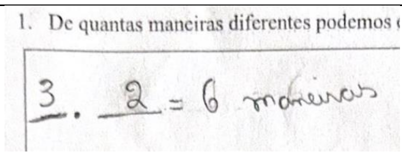
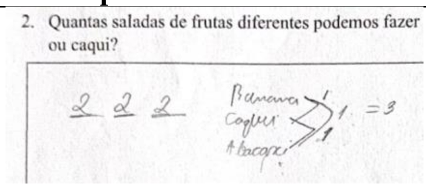
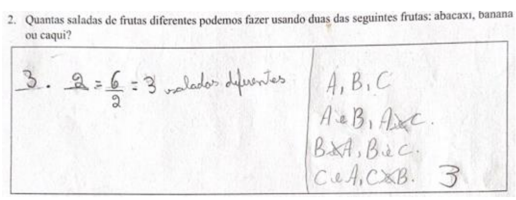
A intenção destes questionamentos foi reforçar que independentemente da forma que escolheram para obterem os resultados, tanto no método 1 quanto no método 2, chegaram ou pelo menos deveriam ter chegado ao mesmo resultado. Essa conclusão reforça o fato de que a ordem em que os elementos do interior da cela braille são pintados não gera uma nova configuração, fato que compactua com o conceito de combinação simples.

3.3. Construção e generalização do conceito de combinação simples

A título de exemplificar e consolidar o conceito de combinação simples, buscou-se explorar exemplos de problemas de análise combinatória em que a ordem de agrupamento dos elementos importa e outros os quais essa ordem não é importante, para diversificar e ampliar a compreensão sobre problemas combinatórios de modo que os estudantes consigam identificar quais problemas são de combinação simples.

O **Quadro 02** apresenta dois dos problemas propostos aos estudantes e descreve a análise dos resultados obtidos.

Quadro 02: Respostas dos estudantes diante dos questionamentos 1 e 2 e análise dessas respostas

1. De quantas maneiras diferentes podemos estacionar 3 carros em 2 vagas de garagem?	
Respostas dos Estudantes	**Análise das respostas**
 De quantas maneiras diferentes podemos $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$	É possível perceber que o estudante associou essa questão ao método 1, onde havia duas possibilidades para cada ponto, está pintado ou não. Inferindo que, cada carro tem duas possibilidades, está na vaga de garagem ou não, totalizando 8 maneiras distintas de estacioná-los.
 1. De quantas maneiras diferentes podemos 3 . 2 = 6 maneiras	O aluno fez a contagem por etapas, primeiro ocupou a primeira vaga e em seguida ocupou a segunda, aplicou o PFC e chegou ao total de 6 possibilidades.
2. Quantas saladas de frutas diferentes podemos fazer usando duas das seguintes frutas: abacaxi, banana ou caqui?	
Respostas dos Estudantes	**Análise das respostas**
 2. Quantas saladas de frutas diferentes podemos fazer ou caqui? 2 2 2 Banana Caqui Abacaxi 1 1 = 3	O estudante tenta resolver o problema por meio da aplicação do PFC, entretanto desiste do cálculo e muda a estratégia com o uso do recurso árvore de possibilidades.
 2. Quantas saladas de frutas diferentes podemos fazer usando duas das seguintes frutas: abacaxi, banana ou caqui? 3 . 2 = 6/2 = 3 saladas diferentes A, B, C A e B, A e C. B e A, B e C. C e A, C e B. 3	A princípio, o aluno não percebe que a ordem de agrupamento das frutas é irrelevante. Só percebe essa característica ao fazer a contagem dos agrupamentos um a um, depois disso, retoma sua resolução inicial e infere que ao dividir por 2 o total de possibilidades, chega no número exato de combinações.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Para sistematizar o conhecimento de combinação simples, foi proposto aos estudantes o terceiro questionamento: **3) "Quantos subconjuntos do conjunto {a, b, c, d, e} possuem exatamente três elementos?".** Os estudantes relacionaram essa pergunta a questão 2, o que significa que identificaram que a ordem dos elementos nos subconjuntos não importa. Porém tiveram dificuldade em determinar as repetições que deveriam ser subtraídas da contagem total. Percebida a dificuldade dos estudantes, foi realizada a mediação, retomando a questão 2 e resolvendo-a passo a passo, possibilitando a construção da fórmula resolutiva de combinação simples, conforme ilustrado no **Quadro 03**.

Quadro 03: Construção da fórmula de Combinação Simples

Observe bem o que fizemos na resposta da questão 2:

- Aplicamos o Princípio Multiplicativo para obter todas as possibilidades, considerando que a ordem é importante, e encontramos **3× 2 ×1 = 3!** possibilidades.
- Dividimos o resultado obtido acima pelo número de permutações dos elementos do agrupamento que precisamos escolher. Como intencionamos fazer saladas com 2 frutas, dividimos o número de possibilidades encontradas por **2! = 2**, obtendo $\frac{\mathbf{3}!}{\mathbf{2}!}$
- Como estamos buscando um procedimento geral para resolver problemas como esse, vamos reescrever a resposta usando a notação fatorial, e nossa resposta ficará denotada da seguinte maneira:

$$C_3^2 = \frac{\mathbf{3}!}{\mathbf{2}!\,(\mathbf{3}-\mathbf{2})!} = \mathbf{3}$$

Fonte: Morais Filho, 2013

Desse modo, os estudantes seguiram o passo a passo desenvolvido na questão 2 para chegarem à resposta referente a questão 3. A fórmula geral de combinação simples (**Quadro 04**) foi desenvolvida pela mediadora, na tentativa que os alunos pudessem auxiliar nesse processo, seguindo os critérios de resolução adotados na questão 2, entretanto foi notável que a turma não se interessou pelo processo e se apegam exclusivamente à fórmula.

4. Suponha que temos *n* objetos distintos e precisamos escolher, não importando a ordem, *p* objetos distintos dentre esses (com *p* ≤ *n*) objetos. De quantas maneiras podemos fazer isso?

Quadro 04: Generalização da fórmula de Combinação Simples.

Esse problema reduz-se a calcular o número de combinações simples de *n* elementos tomados *p* a *p*. Para fazermos esse cálculo, vamos proceder como nos casos anteriores:

- Aplicamos o Princípio Multiplicativo para obter todas as maneiras de escolher um agrupamento de *p* elementos dentre os *n* elementos em questão, primeiramente considerando que a ordem desses elementos é importante. Veja a tabela a seguir.

Escolha do 1º elemento	Escolha do 2º elemento	Escolha do 3º elemento	...	Escolha do (p-1)-ésimo elemento	Escolha do p-ésimo elemento
n possibilidades	n − 1=n-(2-1) possibilidades	n − 2=n-(3-1) possibilidades	...	n − (p − 1-1) possibilidades	n − (p − 1) possibilidades

- Pelo Princípio Multiplicativo, obtemos $n \times (n -1) \times (n - 2) \times ... \times (n - (p -1))$ maneiras de escolher *p* elementos dentre *n* elementos, considerando, primeiramente, que a ordem deles é importante.

Como $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times ... \times (n-(p-1)) \times (n-p)!$ em notação fatorial, escrevemos $n \times (n-1) \times (n-2) \times ... \times (n-(p-1)) = \frac{n!}{(n-p)!}$ Maneiras.

- Agora vamos retirar os elementos repetidos: Dividimos o resultado obtido acima pelo número de permutações dos elementos do subconjunto que escolhemos. Nesse caso, como estamos escolhendo p elementos, dividimos o número $\frac{n!}{(n-p)!}$ encontrado no passo anterior pelo número de permutações de p elementos, que é $p!$

A resposta, portanto, será:

$$C_{n}^{p} = \frac{\boldsymbol{n!}}{\boldsymbol{p!\,(n-p)!}}$$

Fonte: Morais Filho, 2013

Para concluir essa etapa os alunos foram convidados a voltarem ao código braille e fazer a contagem da quantidade de possibilidades de configurações de pontos pintados na cela braille, utilizando agora a fórmula geral, conforme pode ser visto na **Figura 09**.

Número de pontos em preto	Quantidade de combinações distintas
$p = 0$	$C_6^0 = \frac{6!}{0!(6-0)!} = \frac{6!}{1.6!} = \frac{6!}{6!} = 1$
$p = 1$	$C_6^1 = \frac{6!}{1!(6-1)!} = \frac{6!}{1!.5!} = \frac{6.\cancel{5!}}{1!\cancel{5!}} = \frac{6}{1} = 6$
$p = 2$	$C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6.5.\cancel{4!}}{2!\cancel{4!}} = \frac{30}{2} = 15$
$p = 3$	$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}}.5.4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}\cancel{3!}} = 1.5.4 = 20$
$p = 4$	$C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6.5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}2!} = \frac{6.5}{2!} = \frac{30}{2} = 15$
$p = 5$	$C_6^5 = \frac{6!}{5!(6-5)} = \frac{6!}{5!1!} = \frac{6.\cancel{5!}}{\cancel{5!}1} = \frac{6}{1} = 6$
$p = 6$	$C_6^6 = \frac{6!}{6!(6-6)} = \frac{6!}{6!0!} = \frac{6!}{6!1} = \frac{6}{6} = 1$

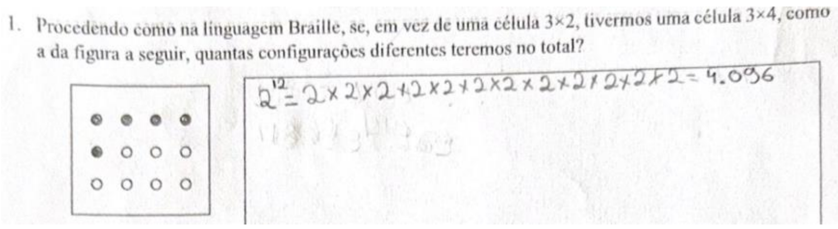
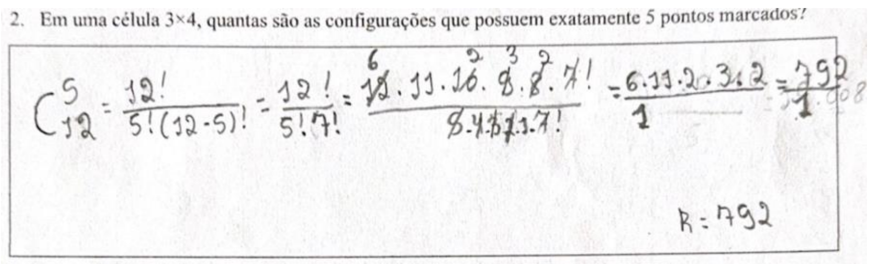
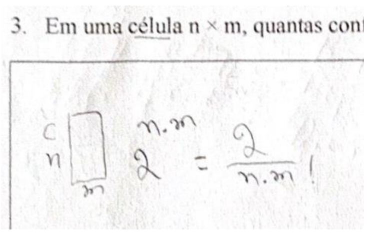
FIGURA 09: Aplicação da fórmula geral de Combinação Simples
FONTE: Dados da pesquisa (2022)

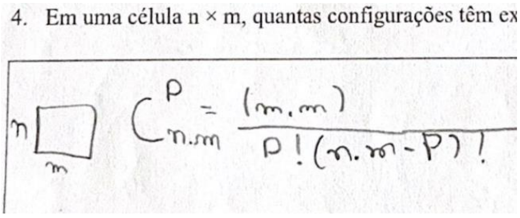
Por meio da proposta descrita na **Figura 09** os estudantes puderam aperfeiçoar o conhecimento adquirido, praticando o uso da fórmula geral de combinação simples, bem como, verificar que para algumas quantidades de pontos pintados o número de configurações é o mesmo, e isso só ocorre quando as somas dos pontos pintados resultam no número total de pontos da cela braille, fato que ocorre com a soma entre 0 e 6, 1 e 5, 2 e 4.

3.4. Verificação da aprendizagem

A atividade proposta para a verificação da aprendizagem foi composta por quatro questões de combinação simples que supõem celas braille (que serão chamadas de células) com número diferente de linhas e colunas do braille original, tal qual Morais Filho (2013, p.54) sugere. O **Quadro 05** apresenta essas questões e as considerações acerca de cada uma delas.

Quadro 05: Questionamentos para verificação da aprendizagem

<table>
<tr><td colspan="2">1. Procedendo como na linguagem Braille, se, em vez de uma célula 3×2, tivermos uma célula 3×4, como a da figura a seguir, quantas configurações diferentes teremos no total?</td></tr>
<tr><td>Respostas dos Estudantes</td><td>Análise das respostas</td></tr>
<tr><td>
1. Procedendo como na linguagem Braille, se, em vez de uma célula 3×2, tivermos uma célula 3×4, como a da figura a seguir, quantas configurações diferentes teremos no total?
$2^{12} = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 4.096$</td><td>Ao entenderem que para cada ponto há duas possibilidades, pintado ou não pintado, aplicaram o PFC, chegando à conclusão de 4.096 configurações distintas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Em uma célula 3×4, quantas são as configurações que possuem exatamente 5 pontos marcados?</td></tr>
<tr><td>Respostas dos Estudantes</td><td>Análise das respostas</td></tr>
<tr><td>
2. Em uma célula 3×4, quantas são as configurações que possuem exatamente 5 pontos marcados?
$C_{12}^{5} = \frac{12!}{5!(12-5)!} = \frac{12!}{5!7!} = \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7!}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot7!} = \frac{6\cdot11\cdot2\cdot3\cdot2}{1} = \frac{792}{1}$
R: 792</td><td>Note que os estudantes não tiveram dificuldades para resolver essa questão, utilizaram de forma correta a fórmula de combinação simples. Conseguiram simplificar alguns termos da divisão e durante a resolução demonstraram que estavam seguros da resposta apresentada.</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Em uma célula n × m, quantas configurações diferentes podemos formar?</td></tr>
<tr><td>Respostas dos Estudantes</td><td>Análise das respostas</td></tr>
<tr><td>
3. Em uma célula n × m, quantas con
$2^{n\cdot m} = \frac{2}{n\cdot m!}$</td><td>Essa questão gerou muitas dúvidas para a turma, os estudantes tiveram dificuldade para interpretarem o enunciado da questão. Alguns estudantes questionaram o significado do termo n x m, outros afirmaram que a questão estava incompleta pois precisavam saber qual o valor de n e de m para chegarem a uma conclusão. Como nenhum dos estudantes foi capaz de resolver a questão, a mediadora precisou intervir e explicou aos estudantes que n e m representam valores genéricos e que n se</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>refere a quantidade de linhas e m a quantidade de colunas na célula.</td></tr>
<tr><td colspan="2">4. Em uma célula n × m, quantas configurações têm exatamente p pontos marcados?</td></tr>
<tr><td>Respostas dos Estudantes</td><td>Análise das respostas</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Assim como na questão anterior, houve a necessidade de mediação com a explicação que o problema se reduz a contagem do número de subconjuntos com p elementos que se pode formar de um conjunto com n x m elementos. Isso é o mesmo que calcular o número de combinações de n x m elementos tomados p a p.</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A verificação da aprendizagem revelou que os estudantes se adequam mais facilmente a forma mecanizada de resolução de questões. Ao responderem as questões 1 e 2, foi observado que associaram essas questões às etapas anteriores e seguiram o modelo de resolução feito anteriormente, passo a passo, para se sentirem seguros da resposta.

Em relação as questões 3 e 4, notou-se que os estudantes tiveram muita dificuldade para entender os enunciados e insegurança para resolver as questões, mesmo com auxílio da mediadora. Esse fato pode estar relacionado aos hábitos de aprendizagem por meio de repetição de exercícios amparados por exemplos idênticos ao que se pede, uma vez que, essas questões apresentavam características que não foram desenvolvidas em etapas anteriores. Além disso, ao usar termos algébricos no enunciado os estudantes ficaram confusos sem saber o que as variáveis estavam representando, o que reforça o despreparo para questões que exigem um pensamento algébrico.

Essas particularidades levam a conclusão de que os estudantes entenderam o conceito de combinação simples e conseguem aplica-lo em situações problema, desde que, essas situações se assemelhem com os problemas já resolvidos por eles. Pois, estes não têm segurança para arriscarem métodos diferentes e relutam em usar a criatividade, o que reforça a necessidade de um ensino que privilegie o questionamento, a busca por soluções criativas e inovadoras com metodologias diferenciadas e contextualizadas.

Portanto, o uso da estrutura do sistema braille como material manipulável para o ensino de combinação simples foi um recurso que possibilitou utilizar técnicas diferenciadas de abordagem do mesmo conceito pautadas no questionamento, permitindo que o estudante pudesse à sua maneira construir sua aprendizagem em relação ao conceito estudado, levando-o a perceber que existem outros caminhos que levam ao resultado esperado sem necessariamente o uso de fórmulas. Assim, a investigação agrega ao ensino de combinação simples uma ferramenta que extrapola os mecanismos tradicionais de ensino de forma simples e viável para educadores que intencionam se apropriar dessas informações para planejarem aulas que proporcionem ao educando um ambiente favorável ao conhecimento por meio da argumentação e do questionamento.

Considerações finais

O ensino de conteúdos de análise combinatória tem se mostrado desafiador para os professores de matemática e de difícil compreensão para os estudantes. Pensando assim, esse estudo buscou apresentar uma estratégia de ensino de combinação simples e analisar a eficácia do uso da estrutura do sistema braille para a aprendizagem desse conceito.

A pesquisa mostra que utilizar a estrutura do sistema braille para contextualizar o conteúdo de combinação simples serviu para aguçar o interesse do estudante bem como resgatar sua atenção, visto que muitos deles têm se direcionado ao uso do celular. Além disso, proporcionou discussões acerca dos estudantes com necessidades educacionais específicas, sendo direcionadas para abordagens quanto ao respeito, empatia e inclusão.

O estudo é uma aplicação de uma metodologia descrita por Morais Filho (2013) que busca construir o conceito de combinação simples por meio da estrutura do sistema braille, cujos métodos permitem a resolução de questões sem o uso de fórmulas. Com essa abordagem, a pesquisa incumbiu-se em verificar as contribuições desse recurso para as aprendizagens de combinação simples.

Entretanto, durante o processo de construção do conceito de combinação simples foi percebido que os estudantes estavam ansiosos por um modo específico de resolução, não se permitiam usar a criatividade e apresentavam dificuldade para desenvolver estratégias diferenciadas de resolução. Esse fato pode ter relação com a forma como eles têm experienciado o ensino de matemática, com processos de resolução de questões bem definidos, com estruturas engessadas e com técnicas específicas de resolução.

Foi perceptível que os estudantes ficaram mais confortáveis e mais seguros de suas resoluções com a presença da fórmula. Antes disso, foi necessário fazer orientações, apontar caminhos, sugerir estratégias de resolução, retomar conceitos, para que adquirissem confiança na realização da atividade proposta. Assim, o estudo exigiu mais tempo que o programado o que por um lado pode ser visto como um percalço para o ensino de matemática, pois há um currículo a ser cumprido, e por outro lado favorece uma aprendizagem mais eficaz e duradoura pelos alunos.

Apesar da relevância desse estudo, é inevitável apontar algumas falhas que foram observadas no processo de pesquisa. Uma das limitações percebidas foi a administração do tempo, pois, a quantidade de etapas da pesquisa somadas às dificuldades apresentadas pelos estudantes, excederam o tempo previsto de modo que houve a necessidade de interromper a aula em momentos inadequados, como pouco antes da finalização de uma etapa. A ruptura de etapas implicou em retomadas de conceitos já apresentados, fato que pode ter contribuído para a exaustão em alguns passos. Essas limitações convergem para a necessidade de replanejar o estudo, na busca por adequação ao ambiente onde será desenvolvido.

Contudo, espera-se que essa pesquisa possa contribuir para o desenvolvimento de estudos dessa natureza, considerando que essa investigação se mostrou bastante relevante, dado que aborda o ensino de combinação simples para além de mecanismos tradicionais, sem o abuso de fórmulas e mostra que ainda que os estudantes não estejam preparados para essa abordagem metodológica, anseiam por um ensino que desenvolva seu raciocínio e que esteja relacionado com suas vivências.

Referências

ALVES, Renato; SEGADAS, Claudia. Sobre o ensino da análise combinatória: fatores a serem considerados, lacunas a serem evitadas. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n. 3, p. 405-420. Canoas, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

COUTINHO, Jean Lázaro da Encarnação. **Matemática para o ensino do conceito de combinação simples** / Jean Lázaro da Encarnação Coutinho. - 2015.

FERNANDES, Alcione Marques; SILVA, Valéria Batista da. Modelagem Matemática e o Ensino de Análise Combinatória: Introdução de Conceitos por meio da Escrita Braille. **Revista ENSIN@ UFMS, Três Lagoas**, v. 1, n. 5, p. 94-109. 2020.

MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro de. Matemática discreta: módulo II / Daniel Cordeiro de Morais Filho, Pedro Luiz Aparecido Malagutti. -- Cuiabá, MT : Central de Texto, 2013

PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. "O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica." **EM TEIA| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** 1.1 (2010).

PESSOA, Cristiane Azevedo dos Santos; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 17, n. 31 , p.105-150, jun. 2009.

PORTO, Leandra de Almeida. A aprendizagem de quadriláteros mediada pelos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele: um estudo a partir da arquitetura de Catolândia-BA. / Leandra de Almeida Porto. Barreiras – BA, 2017.

SANTOS, Cleivânia Borges. Matemática para o Ensino de Análise Combinatória nos Anos Iniciais / Cleivânia Borges dos Santos. – Barreiras - BA, 2017.

SÁ, E.D. de; CAMPOS, I. M. de; SILVA, M.B.C. Deficiência visual – São Paulo: MEC/SEESP, 2007.

SILVA NETO, Oscar Joaquim da. Conceitos Básicos de Análise Combinatória e Aplicações Específicas ao Ensino [manuscrito] / Oscar Joaquim da Silva Neto. - 2019.