



Uma proposta de ensino de funções exponenciais utilizando a modelagem matemática com o exemplo da despoluição de um lago

A proposal for teaching exponential functions using mathematical modeling with the example of cleaning up a lake

RAYARA VASCONCELOS DA CONCEIÇÃO¹

JORGE ADRIANO CARNEIRO NUNES²

RESUMO

Este artigo propõe uma aula para o ensino de funções exponenciais utilizando o modelo de despoluição de um lago. A abordagem busca otimizar o processo de ensino-aprendizagem dos alunos da 3ª série do ensino médio através da modelagem matemática. A metodologia abrange a contextualização do problema da poluição ambiental, a introdução às funções exponenciais, a elaboração de um plano de aula prático que aplica o modelo de despoluição, e a análise dos resultados previstos na aprendizagem dos alunos. Com essa abordagem, espera-se proporcionar uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, além de demonstrar suas aplicações práticas em situações reais e cotidianas, tornando o aprendizado mais significativo e engajador para os estudantes.

Palavras-chave: função exponencial, modelagem matemática, ensino médio, despoluição.

ABSTRACT

This article proposes a lesson for teaching exponential functions using the lake depollution model. The approach aims to optimize the teaching-learning process for 12th-grade students through mathematical modeling. The methodology includes the contextualization of the environmental pollution problem, the introduction to exponential functions, the development of a practical lesson plan applying the depollution model, and the analysis of the expected results in students' learning. With this approach, it is expected to provide a deeper understanding of mathematical concepts, as well as demonstrate their practical applications in real and everyday situations, making learning more meaningful and engaging for students.

Keywords: exponential function, mathematical modeling, high school, depollution.

Introdução

O ensino de funções exponenciais apresenta desafios significativos para os alunos da 3ª série do ensino médio, que frequentemente enfrentam dificuldades não apenas com este conteúdo específico, mas com a matemática de forma geral. Essas dificuldades podem ser

¹ Centro Educacional Antônio Figueredo – CEAF – rayaravasconcelos@gmail.com

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA – jorge.nunes@ifba.edu.br



atribuídas à abstração inerente aos conceitos matemáticos e à falta de contextualização prática. Nesse sentido, a utilização metodológica da modelagem matemática surge como uma aliada no processo de ensino, permitindo que os estudantes compreendam e apliquem os conceitos de forma mais concreta e significativa.

A modelagem matemática, conforme destacado por autores como Bassanezi (2002) e Biembengut (2009), possibilita a interpretação e a solução de problemas reais, promovendo um aprendizado mais profundo e contextualizado. Além destes, Malheiros (2004) aponta que a modelagem pode potencializar o desenvolvimento de uma visão crítica dos alunos sobre o meio em que vivem, fazendo com que vejam a matemática como uma ferramenta útil para resolver problemas do cotidiano.

Este artigo propõe uma aula baseada no modelo de despoluição de um lago para ensinar funções exponenciais. A relevância ambiental desse modelo não apenas enriquece o conteúdo matemático, mas também desperta a consciência ecológica dos alunos, contextualizando o aprendizado em uma problemática atual e de grande importância. Além disso, a aplicação desse modelo permite a integração de conhecimentos interdisciplinares, especialmente das disciplinas de biologia e química, facilitando uma abordagem mais abrangente e engajadora.

A metodologia proposta inclui a contextualização do problema da poluição ambiental, a introdução teórica às funções exponenciais, a elaboração de um plano de aula prático utilizando o modelo de despoluição, e a análise dos resultados esperados na aprendizagem dos alunos. Com essa abordagem, espera-se proporcionar uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, além de demonstrar suas aplicações práticas em situações reais e cotidianas, tornando o aprendizado mais significativo e envolvente para os estudantes.

1. Modelagem matemática

A realidade do ensino de matemática nas escolas brasileiras revela uma série de dificuldades que comprometem a eficácia do aprendizado, abrangendo desde problemas estruturais e condições socioeconômicas até metodologias de ensino inadequadas. Evangelista (2014) destaca que uma abordagem tradicional, isto é, que enfatiza a memorização e a repetição mecânica de exercícios, pode contribuir para a aversão dos alunos à disciplina, resultando em baixo desempenho. Além disso, a falta de contextualização prática dos conteúdos matemáticos contribui para a percepção de que a matemática é uma disciplina abstrata e desconectada da realidade dos alunos.

Outro desafio significativo é a formação dos professores que ainda é, em grande parte, pautada por currículos tradicionais que não acompanham as mudanças e inovações pedagógicas necessárias para o ensino atual. Como aponta Valente (2014), os currículos dos cursos de licenciatura frequentemente enfatizam conteúdos matemáticos teóricos em detrimento das práticas pedagógicas que preparam o professor para o ambiente escolar real. Esse fator, aliado à resistência a mudanças nas práticas tradicionais de ensino, dificulta a



implementação de abordagens pedagógicas mais eficazes. Segundo Valente (2014), a prática de ensino precisa evoluir para incorporar metodologias que integrem teoria e prática, tornando a matemática mais relevante e acessível.

Um dos exemplos dessas dificuldades é o ensino de funções exponenciais no ensino médio que se apresenta desafiador devido à sua natureza abstrata e ao fato de que muitos alunos não visualizam a aplicabilidade prática desses conceitos. Dominoni (2005) aponta que a definição de função exponencial encontrada nos livros didáticos é muitas vezes insuficiente para proporcionar uma compreensão profunda aos alunos, devido à sua abstração e à falta de contextualização prática. Almeida (2011) sugere que uma abordagem que contextualize esses conceitos em problemas reais pode ajudar os alunos a superar essas dificuldades, tornando o aprendizado mais acessível e cativante.

Compreender as funções exponenciais é crucial para os alunos, não apenas no contexto acadêmico, mas também em várias aplicações práticas que eles encontrarão ao longo de suas vidas. As aplicações práticas das funções exponenciais são diversas, entre as quais podemos citar:

- O crescimento exponencial: é frequentemente utilizado para modelar o crescimento populacional, onde a população cresce a uma taxa proporcional ao número de indivíduos existentes.
- Nas finanças: as funções exponenciais são aplicadas para calcular juros compostos, onde o valor de um investimento cresce exponencialmente ao longo do tempo.
- Na física e na química: as funções exponenciais são utilizadas para modelar processos de decaimento radioativo e reações químicas, onde a taxa de desintegração ou de reação é proporcional à quantidade de substância presente.
- Em saúde pública: o crescimento exponencial é usado para modelar a propagação de doenças infecciosas, onde o número de casos pode crescer rapidamente se não forem tomadas medidas de controle.

Por sua vez, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para a Matemática no Ensino Médio estabelecem objetivos claros para o desenvolvimento do ensino desta disciplina, visando à formação integral dos alunos. Entre os principais objetivos dos PCN estão a promoção do raciocínio lógico, a compreensão dos conceitos matemáticos e a capacidade de resolver problemas, bem como a aplicação prática desses conhecimentos no cotidiano. Além disso, os PCN's recomendam que o uso de tecnologias deva ser integrado ao currículo de matemática para facilitar a visualização e a compreensão dos conceitos, promover a experimentação e a modelagem, e preparar os alunos para aplicar o conhecimento matemático em situações do mundo real.

Portanto, para superar as dificuldades presentes na docência e cumprir os objetivos estabelecidos pelos PCN's, é essencial adotar metodologias de ensino inovadoras que tornem o aprendizado da matemática mais cativante e significativo. Entre as abordagens recomendadas, daremos ênfase à modelagem matemática.



A modelagem matemática é uma abordagem pedagógica que tem ganhado destaque por sua capacidade de integrar teoria e prática, tornando o aprendizado de matemática mais significativo e relevante para os estudantes. Segundo Biembengut e Hein (2013), a modelagem matemática é definida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Esta metodologia promove um ambiente de aprendizagem onde os alunos podem explorar, conjecturar e validar conceitos matemáticos através de situações práticas e contextualizadas.

No que tange ao ensino de funções exponenciais, a modelagem matemática se destaca como uma metodologia eficaz. Bassanezi (2002) argumenta que a modelagem matemática não apenas facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também ajuda os alunos a desenvolver habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico e capacidade de aplicar a matemática em contextos do mundo real. Segundo Biembengut (2009), a modelagem matemática permite que os alunos explorem e resolvam problemas reais, proporcionando um aprendizado mais profundo e significativo.

Em um estudo conduzido por Gonçalves e Menegais (2016), a modelagem matemática foi utilizada para ensinar funções exponenciais a alunos do ensino médio. A atividade envolveu a análise da taxa de reprodução de bactérias, utilizando um modelo de função exponencial. Os resultados mostraram que, embora os alunos inicialmente tivessem dificuldades com os conceitos matemáticos, a contextualização prática proporcionada pela modelagem ajudou a melhorar sua compreensão e capacidade de aplicar os conceitos em situações reais.

Outro estudo realizado por Almeida (2011) explorou a aplicação da modelagem matemática para ensinar funções exponenciais no contexto da poluição ambiental. A atividade proposta envolveu a modelagem da despoluição de um lago, permitindo aos alunos aplicar os conceitos matemáticos para resolver um problema real e relevante. A abordagem interdisciplinar, integrando conhecimentos de biologia e química, demonstrou ser eficaz para engajar os alunos e melhorar sua compreensão dos conceitos matemáticos.

Sendo assim, a modelagem matemática também facilita a integração de diferentes disciplinas, proporcionando uma abordagem educacional mais abrangente. No contexto do ensino de funções exponenciais, essa metodologia pode integrar conhecimentos de biologia, química, geografia e matemática, permitindo aos alunos ver como esses conceitos estão interconectados e aplicáveis em situações do mundo real. Menezes e Santos (2001) destacam que a interdisciplinaridade permite uma articulação interativa entre diversas disciplinas, promovendo um enriquecimento mútuo através de relações dialógicas entre métodos e conteúdos. Por exemplo, ao modelar a despoluição de um lago, os alunos podem integrar conhecimentos de química (reação de purificação), biologia (impacto nos ecossistemas) e geografia (localização e impacto ambiental) com os conceitos matemáticos de funções exponenciais e decaimento. Essa integração proporciona uma compreensão mais profunda e prática dos conteúdos, tornando o aprendizado mais significativo.



Dessa forma, a literatura revisada evidencia que a modelagem matemática é uma metodologia poderosa para o ensino de funções exponenciais. Ao contextualizar os conceitos matemáticos em problemas reais e interdisciplinares, como a despoluição de um lago, os alunos desenvolvem uma compreensão mais profunda e prática dos conteúdos. A integração de diferentes áreas de conhecimento proporciona uma abordagem educacional mais abrangente e eficaz, preparando os alunos para enfrentar desafios complexos de forma crítica e criativa.

2. Uma proposta de aula sobre a despoluição de um lago e o ensino de funções exponenciais

O modelo de despoluição de um lago utilizado na nossa proposta de ensino foi retirado e adaptado do Módulo I do curso de especialização para professores do ensino médio de matemática, intitulado "Matem@tica na Pr@tica". Este curso, oferecido pela Universidade Aberta do Brasil (UAB) em parceria com Instituto Federal da Bahia (IFBA), foi desenvolvido para aprimorar as habilidades pedagógicas dos docentes, oferecendo uma abordagem prática e contextualizada para o ensino de conceitos matemáticos.

2.1 O modelo de despoluição de um lago

O modelo de despoluição de um lago é uma abordagem matemática que descreve o processo de remoção de poluentes de um corpo d'água ao longo do tempo. Esse modelo é frequentemente representado por uma função exponencial que captura a dinâmica de decaimento dos poluentes, sendo capaz de ser aplicado em diversas situações reais, como:

- Planejamento e monitoramento de programas de despoluição em corpos d'água contaminados.
- Desenvolvimento de políticas e regulamentações para a preservação e recuperação de ecossistemas aquáticos.
- Ensino de conceitos de funções exponenciais e modelagem matemática através de problemas ambientais reais.

Os principais componentes e conceitos do modelo são:

1. Concentração Inicial de Poluentes (C_0): é a concentração de poluentes presentes no lago no início do processo de despoluição, medida em unidades como miligramas por litro (mg/L).
2. Taxa de Despoluição (k): é a taxa na qual os poluentes são removidos do lago, geralmente expressa como uma porcentagem ou fração por unidade de tempo (por exemplo, por dia).
3. Tempo (t): é o período ao longo do qual a despoluição ocorre, geralmente medido em dias, semanas ou meses.



A fórmula matemática que descreve a despoluição de um lago é uma função exponencial decrescente: $C(t) = C_0 \cdot e^{-kt}$, onde:

- $C(t)$ é a concentração de poluentes no lago após um tempo t ;
- C_0 é a concentração inicial de poluentes;
- k é a constante de despoluição.
- t é o tempo decorrido.
- e é o número de Euler.

A fórmula indica que a concentração de poluentes diminui exponencialmente ao longo do tempo. Isso significa que a taxa de remoção dos poluentes é proporcional à quantidade de poluentes restante no lago. A constante k determina a rapidez com que a despoluição ocorre. Um valor maior de k implica uma despoluição mais rápida, enquanto um valor menor de k indica um processo mais lento. Graficamente, a função exponencial decrescente $C(t)$ forma uma curva que desce rapidamente no início e depois se achata, aproximando-se de zero à medida que t aumenta. O gráfico desta função é representado abaixo na **figura 1**:

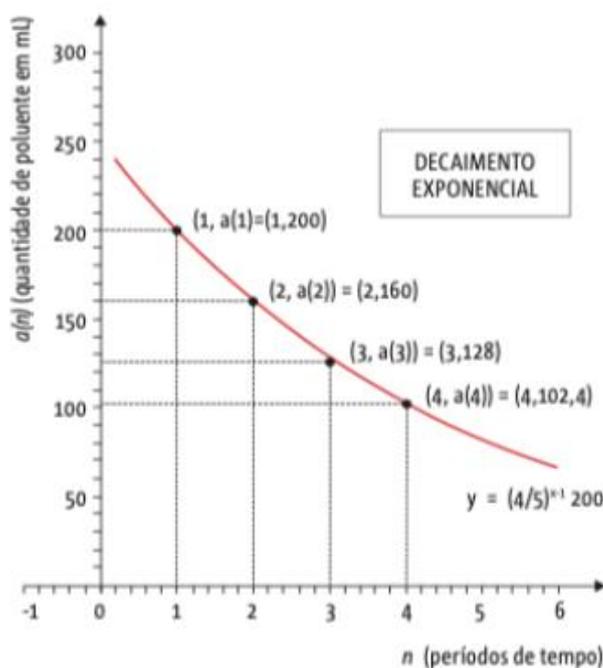


FIGURA 1: Gráfico da função exponencial.

FONTE: Brasil, 2010.

2.1.1 O experimento: simulando o processo de despoluição

Materiais utilizados: 3 vasilhames transparentes com capacidade superior a 2 litros cada (devem ser numerados: 1, 2 e 3 conforme **figura 2**), dois copos com capacidade de 200mL cada, um copo (200 mL) de café preparado, um balde de 5L para descartar a água.



FIGURA 1: Vasilhames transparentes.

FONTE: Brasil, 2010.

Instruções para a poluição:

Etapa 01:

1. Preencha completamente o vasilhame 2 com água limpa;
2. No vasilhame 3, misture um copo (200mL) de café em 1 litro de água (representará o poluente). A **figura 3** apresenta essa etapa;



FIGURA 3: Preparando o poluente.

FONTE: Brasil, 2010.

3. No vasilhame 1 coloque 9 copos (200mL cada) de água limpa – utilize água já colocada do vasilhame 2. (representará o lago-modelo);
4. Acrescente, também, no vasilhame 1, 1 copo (200mL) de poluente (que está no vasilhame 3). Essas últimas duas etapas podem ser observadas na **figura 4**.



FIGURA 4: Poluindo o lago-modelo.
FONTE: Brasil, 2010.

Instruções para a despoluição:

Etapa 02:

1. Remova 2 copos de água poluída do lago-modelo (vasilhame 1) e descarte no balde.
2. Retire 2 copos de água limpa do vasilhame 2 e coloque no lago-modelo (vasilhame 1).

Com este procedimento, a despoluição do lago foi realizada em um primeiro período. Portanto, este é o momento de formular conjecturas sobre conceitos matemáticos e, em seguida, repetir os passos 1 e 2 do processo de despoluição. Sendo assim, observamos novamente: O lago-modelo se tornou limpo? Ainda resta poluente? Repetimos mais uma vez os passos 1 e 2 do processo de despoluição. Em seguida, repita o processo mais duas vezes, totalizando então cinco trocas de água. Após essas trocas sucessivas, é importante questionar: aos olhos, o lago modelo se tornou limpo? E explicar, através da função exponencial, a quantidade de poluentes que ainda permanecem.

2.2 Aplicação do modelo de despoluição de um lago utilizando a modelagem matemática

A modelagem matemática é uma metodologia que utiliza a matemática para representar, analisar e resolver problemas do mundo real. De acordo com Burak e Barbieri (2005), o processo de aplicação da modelagem matemática pode ser dividido em várias etapas que guiam os alunos desde a identificação do problema até a interpretação dos resultados. Aqui estão os passos principais detalhados pelos autores:

1. Identificação do Problema: o primeiro passo envolve a escolha e a formulação de um problema relevante e interessante, que pode ser abordado matematicamente. Este problema deve ser significativo e contextualizado na realidade dos alunos. Burak e Barbieri (2005)



ênfatizam a importância de trabalhar conteúdos matemáticos que permitam a construção dos conceitos matemáticos em relação ao dia a dia.

2. **Formulação do Modelo:** depois de identificar o problema, os alunos formulam um modelo matemático. Isso envolve fazer suposições, definir variáveis e criar equações que representam o problema. Burak e Barbieri (2005) sugerem que um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas elaboradas para corresponder a um fenômeno específico.

3. **Solução do Modelo:** nesta etapa, os alunos resolvem o modelo matemático utilizando métodos e técnicas apropriadas. Isso pode incluir cálculos analíticos, simulações numéricas ou outras abordagens. A solução do modelo deve ser precisa e refletir corretamente as suposições e variáveis definidas na formulação do modelo (Burak e Barbieri, 2005).

4. **Validação do Modelo:** a validação envolve comparar as soluções do modelo com dados reais ou esperados para verificar sua precisão e aplicabilidade. Ajustes podem ser necessários para melhorar a precisão do modelo. Segundo Burak e Barbieri (2005), a validação é crucial para garantir que o modelo matemático seja uma representação precisa e útil do fenômeno estudado.

5. **Interpretação dos Resultados:** os alunos interpretam os resultados matemáticos no contexto do problema original. Isso envolve discutir as implicações dos resultados e como eles podem ser usados para tomar decisões informadas. Burak e Barbieri (2005) destacam que a interpretação dos resultados é essencial para conectar a matemática com a realidade e tornar o aprendizado significativo.

6. **Comunicação dos Resultados:** Finalmente, os alunos comunicam seus resultados de maneira clara e precisa. Isso pode incluir apresentações orais, relatórios escritos ou outros meios de comunicação. A comunicação eficaz dos resultados é fundamental para o processo de modelagem matemática, conforme ressaltado por Burak e Barbieri (2005).

Aplicando as etapas sugeridas por Burak e Barbieri (2005) e adaptando-as ao modelo de despoluição de um lago apresentado anteriormente, foram definidos os seguintes passos:

1. Identificação do problema real: a poluição de um lago;
2. Contextualização: a importância da preservação ambiental e como despoluir;
3. Formulação do problema matemático: determinar a fórmula exponencial que modela a diminuição da concentração de poluentes no lago ao longo do tempo;
4. Desenvolvimento: utilizar a função exponencial de modo que relacione a concentração de poluentes em função do tempo;
5. Análise e interpretação dos resultados: analisar possíveis cenários e avaliar a eficiência dos resultados do processo de despoluição;
6. Validação e refinamento: comparar resultados com dados reais de despoluição e/ou similar;
7. Comunicação dos resultados/reflexão e discussão: apresentar os dados em gráficos e suas relações na resolução de problemas ambientais.



2.3 As aulas

As aulas propostas têm como objetivo geral utilizar o modelo de despoluição de um lago para ensinar conceitos de funções exponenciais e sua aplicação prática através da modelagem matemática; como objetivos específicos: compreender o conceito de função exponencial, aplicar funções exponenciais em problemas reais, analisar o modelo de despoluição de um lago, desenvolver habilidades de interpretação e análise de dados e desenvolver habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico.

Sugere-se que este plano de aula seja aplicado em turmas da 3ª série do ensino médio, pois esses alunos já possuem um conhecimento acadêmico adequado e um repertório suficiente para as discussões propostas. Para a aplicação, serão necessárias 5 aulas de 50 minutos cada e serão utilizados os recursos: quadro branco, marcadores, calculadoras científicas, cópias do documento "Modelo de Despoluição", projetor e computador com acesso à internet e software GeoGebra (opcional).

Aula 1: Introdução as funções exponenciais

O que o estudante poderá aprender: os conceitos fundamentais das funções exponenciais, suas fórmulas e componentes, e as propriedades de crescimento e decaimento. Eles também desenvolverão habilidades práticas ao desenhar gráficos e utilizar ferramentas tecnológicas para visualizações dinâmicas.

Objetivo: Introduzir o conceito de funções exponenciais e suas propriedades.

Etapas:

1. Explicação Teórica (20 min):

- Definição de função exponencial.
- Apresentação da fórmula $f(x) = a \cdot b^x$
- Explicação dos componentes da função (a, b, x) e propriedades.

2. Exemplos e Gráficos (20 min):

- Apresentar exemplos de crescimento e decaimento exponencial.
- Desenhar gráficos no quadro e usar o GeoGebra, se possível, para visualizações dinâmicas.

3. Discussão e Perguntas (10 min):

- Abrir para perguntas e esclarecer dúvidas.



Aula 2: Contextualização do Problema e Introdução ao Modelo de Despoluição

O que o estudante poderá aprender: compreender a importância de contextualizar problemas matemáticos em situações reais, identificar as causas e os efeitos da poluição em ecossistemas aquáticos, reconhecer a relevância ambiental e social de problemas de poluição e aprender a utilizar funções exponenciais para modelar processos de despoluição.

Objetivo: Contextualizar o problema da poluição do lago e introduzir a modelagem matemática.

Etapas:

1. Introdução ao Problema (15 min):

- Apresentar um cenário fictício de um lago poluído: neste tópico fica a sugestão de utilizar um lago conhecido e próximo a realidade dos alunos.
- Discutir as causas e consequências da poluição.

2. Modelagem Matemática (20 min):

- Introduzir a ideia de modelagem matemática: como podemos resolver este problema? (nessa etapa é esperado exemplo como: remover o poluente, adicionar água limpa, utilizar algum processo químico ou biológico, e etc).
- Explicar como a função exponencial pode ser utilizada para modelar a despoluição: fazer a relação da diminuição de concentração do poluente *versus* o tempo.

3. Discussão em Grupo (15 min):

- Dividir a turma em grupos e pedir para discutirem como poderiam modelar a despoluição do lago: depois das discussões da etapa anterior, é esperado que nesse momento cada grupo apresente uma solução para resolução desse problema.

Aula 3: Desenvolvimento do Modelo de Despoluição

O que o estudante poderá aprender: a aplicar funções exponenciais na modelagem de processos de despoluição, desenvolver habilidades de análise e interpretação de dados, utilizar ferramentas tecnológicas para visualização gráfica e aprimorar suas habilidades de comunicação e trabalho em grupo.

Objetivo: Desenvolver o modelo de despoluição do lago utilizando funções exponenciais.

Etapas:

1. Aplicação do Modelo (10 min):

- Distribuir cópias do documento "Modelo de Despoluição".



- Aplicar, em grupos, o modelo de despoluição de um lago.
2. Desenvolvimento do Modelo (30 min):
 - Orientar os alunos na aplicação da função exponencial ao modelo de despoluição.
 - Utilizar dados hipotéticos para calcular a diminuição de poluentes ao longo do tempo.
 - Fazer uso do GeoGebra, se possível, para a visualização gráfica dos resultados.
 3. Discussão dos Resultados (10 min):
 - Pedir para os grupos apresentarem seus cálculos e resultados.
 - Discutir as variações encontradas e a precisão do modelo.

Aula 4: Análise, Interpretação dos Resultados e Reflexão

O que o estudante poderá aprender: a analisar criticamente os resultados de modelos matemáticos, comparar diferentes cenários, discutir a aplicabilidade e as limitações desses modelos em situações reais. Eles também desenvolverão habilidades de reflexão e síntese, conectando o conhecimento teórico com problemas práticos e ambientais. Essa aula promoverá um entendimento mais profundo da modelagem matemática e sua relevância no mundo real.

Objetivo: Analisar os resultados obtidos e discutir a aplicabilidade do modelo em situações reais.

Etapas:

1. Análise dos Resultados (20 min):
 - Discutir em detalhes os resultados obtidos pelos grupos.
 - Comparar diferentes cenários e taxas de despoluição.
2. Discussão sobre Aplicabilidade (20 min):
 - Refletir sobre a aplicabilidade do modelo em situações reais (neste momento é importante relacionar com o lago citado na etapa 1 da aula 2).
 - Discutir possíveis melhorias e limitações do modelo.
3. Conclusão (10 min):
 - Concluir a aula com um resumo dos principais pontos abordados.

Aula 5: Verificação da aprendizagem³



O que o estudante poderá aprender: nesta aula de avaliação, os estudantes poderão consolidar seu entendimento sobre funções exponenciais, aplicando-as em problemas reais como a despoluição de um lago. Eles desenvolverão habilidades de análise crítica, comunicação, colaboração e reflexão, essenciais para seu desenvolvimento acadêmico e pessoal. A avaliação proporcionará uma visão abrangente do aprendizado dos alunos, destacando áreas de compreensão e pontos que podem necessitar de reforço.

A avaliação desse plano de aula pode ser feita através da participação nas atividades em grupo, apresentação dos resultados, e um questionário no final das aulas para avaliar a compreensão dos conceitos de função exponencial e sua aplicação no modelo de despoluição. É sugerido que esse questionário seja dividido em três partes: conceitos de função exponencial, aplicação da função exponencial na despoluição de um lago e reflexão; contendo algumas das seguintes perguntas:

1. Defina o que é uma função exponencial.
2. Quais são as principais propriedades de uma função exponencial? Cite pelo menos duas.
3. Dê um exemplo de uma situação real que pode ser modelada por uma função exponencial de crescimento.
4. Dê um exemplo de uma situação real que pode ser modelada por uma função exponencial de decaimento.
5. Desenhe o gráfico da função exponencial $f(x) = 2^x$.
6. Desenhe o gráfico da função exponencial $f(x) = 1/2^x$.
7. Explique como uma função exponencial pode ser utilizada para modelar a despoluição de um lago.
8. Qual é a fórmula geral de uma função exponencial utilizada para modelar a despoluição de um lago? Defina cada um dos termos da fórmula.
9. Se a concentração inicial de poluentes em um lago é de 100 mg/L e a taxa de despoluição é de 5% ao dia, escreva a fórmula exponencial que representa a concentração de poluentes no lago após t dias.
10. Utilize a fórmula encontrada na questão anterior para calcular a concentração de poluentes após 10 dias.
11. Suponha que a taxa de despoluição seja aumentada para 10% ao dia. Escreva a nova fórmula exponencial e calcule a concentração de poluentes após 10 dias.
12. Compare os resultados obtidos nas duas situações (5% e 10% de taxa de despoluição). O que você pode concluir sobre a importância da taxa de despoluição?
13. Explique, com suas próprias palavras, a importância de entender funções exponenciais e sua aplicação em problemas reais, como a despoluição de um lago.



14. Cite outro exemplo de um problema real que poderia ser modelado utilizando uma função exponencial.
15. Você se sente mais confiante em relação ao entendimento de funções exponenciais após essa atividade? Justifique sua resposta.
16. O que você achou mais interessante sobre a aplicação da função exponencial na despoluição de um lago? Por quê?

3. Resultados previstos

A aplicação do modelo de despoluição de um lago no ensino médio oferece uma oportunidade única para os alunos aprenderem uma série de conceitos e competências importantes para a sua vida pessoal e acadêmica. Através da aplicação do modelo de despoluição de um lago, espera-se que os alunos não apenas adquiram um entendimento sólido acerca de funções exponenciais, mas também desenvolvam habilidades práticas e competências transversais que são essenciais para o aprendizado ao longo da vida e para a cidadania responsável.

É previsto que os estudantes consigam compreender o conceito de funções exponenciais, suas propriedades e comportamentos, saibam formular e resolver equações exponenciais; assim como traduzir problemas do mundo real em modelos matemáticos, desenvolvendo habilidades para criar, analisar e interpretar modelos matemáticos.

É esperado que o plano de aula proposto promova a construção de um pensamento crítico e analítico tornando os alunos capazes de analisar problemas complexos, identificar variáveis e formular hipóteses. Além de reconhecer a interconexão entre matemática, biologia e química ao aplicar conceitos matemáticos para resolver problemas ambientais e desenvolvendo uma compreensão mais integrada de como diferentes disciplinas podem colaborar para resolver problemas reais.

Com o trabalho em equipe proporcionado pelas atividades é possível promover a discussão entre colegas e a formação de ideias matemáticas orais e/ou escritas para resolução do problema proposto. A conscientização ambiental também é trabalhada e busca desenvolver acerca da importância da preservação e o papel da matemática na análise e solução de problemas ambientais; refletindo assim sobre a responsabilidade individual e coletiva na manutenção da saúde dos ecossistemas.

Ao final da aplicação, estima-se que o aluno reflita sobre o próprio processo de aprendizado, identificando pontos fortes e áreas para melhoria além de avaliar criticamente os resultados obtidos, sugerindo possíveis melhorias nos modelos matemáticos utilizados.

Por fim, para além das aulas sobre o ensino de funções exponenciais utilizando o modelo de despoluição de um lago, espera-se que o aluno aprenda a aplicar a matemática de forma contextualizada, reconhecendo-a em questões semelhantes às encontradas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Essa abordagem é especialmente relevante para turmas



da 3ª série do ensino médio, preparando os alunos de maneira eficaz para os desafios dessas avaliações.

Considerações finais

A proposta de aula sobre funções exponenciais utilizando o modelo de despoluição de um lago, embasada na metodologia de modelagem matemática, apresenta uma abordagem inovadora e eficaz para o ensino deste importante conceito matemático. Ao contextualizar o aprendizado em um problema ambiental real e relevante, os alunos são incentivados a aplicar os conceitos teóricos de maneira prática, desenvolvendo uma compreensão mais profunda e significativa dos conteúdos.

A proposta permite a integração de conhecimentos de diferentes disciplinas, como biologia, química e geografia, proporcionando uma visão abrangente e integrada do problema da poluição e suas possíveis soluções. Esta abordagem interdisciplinar enriquece o aprendizado, mostrando aos alunos como a matemática pode ser utilizada em conjunto com outras áreas do conhecimento para resolver problemas complexos.

Por sua vez, a modelagem matemática promove o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas. Os alunos são desafiados a formular hipóteses, analisar dados e interpretar resultados, aplicando a matemática de forma prática e contextualizada. Estas habilidades são essenciais não apenas para o sucesso acadêmico, mas também para a formação de cidadãos críticos e conscientes.

Ao utilizar um problema real e atual, como a despoluição de um lago, a proposta torna o aprendizado mais relevante e motivador para os alunos. Eles conseguem ver a aplicação prática dos conceitos matemáticos em situações do dia a dia, o que aumenta seu interesse pelo conteúdo. Além disso, a utilização de ferramentas tecnológicas, como o GeoGebra, para visualização gráfica dos resultados, também contribui para tornar as aulas mais dinâmicas e interativas.

Porém, embora a proposta apresente diversas vantagens, também é importante considerar alguns desafios e limitações. A implementação eficaz da modelagem matemática requer que os professores estejam bem preparados e familiarizados com esta metodologia. A formação contínua dos docentes é essencial para que possam aplicar a modelagem de maneira adequada.

A resistência à mudança de práticas tradicionais de ensino pode ser um obstáculo, sendo necessário um esforço conjunto para incentivar a adoção de metodologias inovadoras. A disponibilidade de recursos didáticos, como acesso a computadores e software como o GeoGebra, também pode representar um desafio, pois a disponibilidade pode ser limitada em algumas escolas. Portanto, é fundamental garantir que todos os alunos tenham acesso às ferramentas necessárias para participar plenamente das atividades propostas.



Através da aplicação do modelo de despoluição de um lago, espera-se que os alunos desenvolvam uma compreensão sólida das funções exponenciais, suas propriedades e aplicações práticas. Além disso, a abordagem interdisciplinar e contextualizada contribui para a construção de um pensamento crítico e analítico, preparando os alunos para enfrentar desafios complexos de maneira criativa e eficaz.

Portanto, a aula sobre funções exponenciais utilizando o modelo de despoluição de um lago é uma proposta pedagógica que alia a contextualização prática dos conceitos matemáticos com a relevância ambiental. Através da modelagem matemática, os alunos são capacitados a compreender e aplicar funções exponenciais de forma significativa e prática, desenvolvendo habilidades críticas e interdisciplinares essenciais para sua formação integral.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1 ed. São Paulo: Editora Contexto, 2011.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5 ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Modelo de Despoluição de um Lago*. Módulo I. Brasília, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*, Ensino Médio. Brasília, Ministério da Educação, 1999.

BURAK, D. ; BARBIERI, Daniela Donisete . **Modelagem Matemática e suas implicações para a Aprendizagem Significativa**. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana : UEFS, 2005.

DOMINONI, Nilcéia Regina Ferreira. **Utilização de diferentes registros de representação: Um estudo envolvendo funções exponenciais**. 2005. 122f. Dissertação (Mestrado em Ensino



de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Paraná, 2005.

EVANGELISTA, Antônia. **Regras matemáticas e suas justificativas: breve histórico sobre o ensino de matemática no Brasil e uma reflexão acerca da inclusão de demonstrações na prática docente.** Disponível em: http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/9158/1/2014_dis_adgevangelista.pdf, acesso em: 08/07/2024.

GONÇALVES, D. B., & MENEGAIS, D. A. F. N. (2016). **A Modelagem Matemática no Estudo de Funções Exponenciais.** *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, v.6, n.2, p. 71-81.

MALHEIROS, A. P. (2004). **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

MENEZES, E. T. & Santos, T. H (2001). **Verbetes interdisciplinaridade.** *Dicionário Interativo da Educação Brasileira - EducaBrasil*. São Paulo: Midiamix Editora.

VALENTE, W. R. (2014). **A prática de ensino de matemática e o impacto de um novo campo de pesquisas: a Educação Matemática.** *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.7, n.2, p.179-196.