



Explorando polígonos: O ladrilhamento como ferramenta para compreender ângulos internos

Exploring Polygons: Tiling as a Tool for Understanding Interior Angles

TATIANE BARRETO GONCALVES¹

JORGE ADRIANO CARNEIRO NUNES²

RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido com uma proposta contextualizada do ensino da Geometria para alunos do 8º ano do ensino fundamental II, cujo objetivo foi permitir que os estudantes manipulassem modelos de polígonos para observar suas principais características, especialmente os ângulos internos, explorando a criação de ladrilhamentos e expandindo seus conhecimentos geométricos através de uma experiência prática. Para tanto, a pesquisa foi organizada em duas etapas: a primeira abordou o ensino teórico da geometria, sua aplicação no cotidiano, a importância do ensino contemporâneo, o papel do professor e os benefícios do aprendizado da geometria. Já a segunda fase consistiu em um estudo detalhado sobre polígonos e seus componentes, com ênfase nos ângulos internos, uma revisão teórica sobre ladrilhamento e conceitos geométricos fundamentais, culminando em uma aula prática que complementou as discussões teóricas. Observou-se que os alunos permaneceram motivados e engajados ao longo de toda a proposta do trabalho, compartilhando conhecimentos e demonstrando interesse em aprofundar seus estudos sobre Geometria e Ladrilhamento.

Palavras-chave: Polígonos; Geometria; Ladrilhamento.

ABSTRACT

This work was developed with a contextualized proposal of the teaching of Geometry to students of the 8th grade of elementary school, whose objective was to allow students to manipulate models of polygons to observe their main characteristics, especially the internal angles, exploring the creation of tiles and expanding their geometric knowledge through a practical experience. To this end, the research was organized in two stages: the first addressed the theoretical teaching of geometry, its application in everyday life, the importance of contemporary teaching, the role of the teacher and the benefits of learning geometry. The second phase consisted of a detailed study of polygons and their components, with emphasis on internal angles, a theoretical review of tiling and fundamental geometric concepts, culminating in a practical class that complemented the theoretical discussions. It was observed that the students remained motivated and engaged throughout the work proposal, sharing knowledge and showing interest in deepening their studies on Geometry and Tiling.

Keywords: Polygons; Geometry; Tiling.

¹ Escola Municipal Professora Olga Mettig – tatibaretoguil@gmail.com

² Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia – jorge.nunes@ifba.edu.br

Introdução

A Geometria vai muito além do estudo de formas e figuras, ela é um sistema lógico, dedutivo-formal que permite uma conexão entre conceitos abstratos com formas perceptíveis em diversas obras realizadas pela sociedade humana. Como educadores, entendemos que a geometria desempenha um papel fundamental nesse processo, pois permite aos alunos explorar conceitos geométricos de maneira tangível e visual. Ao investigar propriedades geométricas e realizar construções, os alunos não apenas aplicam fórmulas e teoremas, mas também desenvolvem habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e visualização espacial.

Dessa forma, a geometria é essencial para a compreensão do mundo ao nosso redor. Isso ocorre porque a geometria nos permite analisar e interpretar padrões e estruturas presentes na natureza, na arte, na arquitetura e em muitos outros aspectos da nossa realidade. Além disso, a geometria proporciona uma base sólida para o desenvolvimento de competências em outras áreas da matemática, como álgebra e cálculo.

Ao manipular formas geométricas e entender suas relações, os alunos estão, na verdade, construindo o alicerce para conceitos matemáticos mais avançados. Ao estudar polígonos e suas propriedades, por exemplo, os discentes estão não apenas aprendendo sobre formas específicas, mas também estão explorando conceitos como perímetro, área e simetria. Esses conceitos geométricos são essenciais em muitas áreas da vida cotidiana, desde a forma geométrica de objetos industriais até a organização do espaço urbano. Portanto, ao integrar a geometria de forma significativa no currículo escolar, estamos não apenas ensinando aos alunos sobre formas e figuras, mas também capacitando-os a compreender e interpretar o mundo ao seu redor por meio de uma lente matemática. Este enfoque não só fortalece suas habilidades matemáticas, mas também os prepara para enfrentar os desafios complexos e interdisciplinares do século XXI.

Apesar de sua presença constante na natureza e nas criações humanas, muitos alunos enfrentam dificuldades em assimilar seus conceitos e definições. Conforme observado por Lorenzato (1995), a geometria permeia nossa existência, manifestando-se em ideias de paralelismo, semelhanças, proporcionalidade, medição, simetria e medidas, tornando-se intrínseca em nossas profissões, comunicações e interações diárias.

Neste cenário, torna-se essencial adotar uma abordagem dinâmica e envolvente para o ensino de geometria, proporcionando aos alunos uma experiência significativa na construção e compreensão desses conhecimentos. Considerando as dificuldades enfrentadas pelos alunos

do 8º ano do Ensino Fundamental II na compreensão dos conteúdos de geometria, é possível desenvolver uma atividade prática utilizando a construção de ladrilhamentos como ferramenta para a compreensão dos ângulos internos? Para tanto, almejo não apenas fortalecer esses conceitos com o experimento dos ladrilhos, mas também estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento geométrico.

Para alcançar esses objetivos, foi feito o uso de materiais manipuláveis, como polígonos regulares em Etileno Acetato de Vinila (E.V.A.) e papéis coloridos, que foram utilizados na técnica do ladrilhamento. Para tanto, foi necessário um estudo aprofundado dos polígonos, especialmente no que diz respeito às medidas de seus ângulos internos, conhecimento utilizado para a construção de ladrilhamentos no plano.

A geometria, por sua natureza visual e tangível, atrai naturalmente o interesse dos alunos, proporcionando-lhes uma compreensão mais profunda do espaço físico em que vivemos. Portanto, ao utilizar recursos concretos e técnicas como o ladrilhamento, pretendemos não apenas transmitir conhecimentos geométricos, mas também estimular a observação, análise e o desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento de maneira dinâmica e lúdica.

Neste contexto, torna-se crucial contextualizar os conteúdos geométricos na educação básica, relacionando-os com situações-problema que façam parte da realidade dos alunos. A compreensão efetiva dos conceitos só se concretiza quando aplicados em situações cotidianas, promovendo assim um pensamento cidadão e crítico.

Com base nisso, o objetivo desta pesquisa foi permitir que os alunos manipulassem modelos de polígonos para observar suas principais características, com foco especial nos ângulos internos. Além disso, buscou-se explorar a criação de ladrilhamentos e ampliar o conhecimento dos alunos sobre o tema. Para alcançar esses objetivos, a pesquisa foi estruturada em uma primeira etapa que abrange o ensino teórico da geometria, sua aplicação no cotidiano, a importância do ensino contemporâneo, destacando o papel do professor nesse processo e os benefícios do aprendizado da geometria.

Em uma segunda fase, também de natureza teórica, foi realizado um estudo detalhado sobre polígonos e seus componentes, com ênfase nos ângulos internos dessas figuras. Além disso, foi apresentada uma revisão teórica sobre a técnica de ladrilhamento e os conceitos geométricos fundamentais para sua execução. Por fim, foi desenvolvida uma aula prática que complementou as discussões teóricas.

1. Introdução à Geometria

A Geometria é uma área da Matemática que explora as formas geométricas percorrendo desde comprimento, até área e volume, desempenhando um papel essencial na formação dos alunos. Desde os primórdios da civilização, a Geometria tem sido estudada e aplicada em diversas áreas do conhecimento como na arquitetura, engenharia, astronomia e arte. Para Almeida (2010), através do estudo dos objetos geométricos, das suas propriedades e relações, os discentes desenvolvem habilidades cognitivas essenciais, tais como pensamento espacial, raciocínio lógico-dedutivo, e capacidade de visualização.

Ao longo da história, a Geometria tem sido reconhecida como uma ferramenta poderosa para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Através da resolução de problemas geométricos, os alunos exercitam sua capacidade de análise, síntese e abstração, estimulando o desenvolvimento do pensamento crítico e da criatividade. Além disso, o estudo da Geometria promove a capacidade de argumentação e comunicação matemática, habilidades essenciais para o sucesso acadêmico e profissional.

Apesar da importância histórica e cognitiva da Geometria, sua presença enfrenta desafios significativos. Um dos principais desafios é a dificuldade dos alunos em compreender e aplicar os conceitos geométricos de forma efetiva e significativa. Isso pode ser atribuído a uma série de fatores, incluindo abordagens pedagógicas tradicionais, falta de recursos didáticos, e a desconexão entre os conteúdos geométricos e a realidade cotidiana dos alunos.

De acordo com Dias e Sampaio (2014), o estudo da Geometria deve oferecer aos alunos a oportunidade de desenvolver habilidades para resolver problemas práticos do cotidiano, como orientação espacial, leitura de mapas, estimativa e comparação de distâncias, além de reconhecer propriedades de formas geométricas básicas e utilizar diferentes unidades de medida. Além disso, a Geometria proporciona aos discentes uma oportunidade especial, embora não única, para apreciar a faceta da Matemática que envolve teoremas e argumentações dedutivas.

1.1 Necessidade de uma Abordagem Atualizada

A Geometria desempenha um papel fundamental na era tecnológica e científica em que vivemos. Seu entendimento não apenas enriquece a formação acadêmica, mas também é crucial para enfrentar os desafios complexos do mundo contemporâneo.

O domínio dos conceitos geométricos é indispensável para preparar os alunos para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo. Ao compreenderem a Geometria, os estudantes desenvolvem habilidades cognitivas essenciais, como pensamento espacial, raciocínio lógico-dedutivo e capacidade de visualização.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (PCN, 1998, v. 3, p. 55)

A Geometria, apesar de sua importância, é frequentemente percebida como uma das áreas mais desafiadoras da Matemática. Muitos estudantes enfrentam dificuldades em assimilar seus conceitos e aplicá-los de maneira significativa.

Diante dos desafios mencionados, torna-se necessário adotar uma abordagem atualizada no ensino da Geometria. Estratégias pedagógicas que enfatizem a contextualização dos conceitos geométricos, a utilização de recursos tecnológicos e manipulativos, e a resolução de problemas do mundo real podem ajudar a tornar o ensino da Geometria mais relevante e significativo. É importante que os educadores estejam atentos às diferentes formas de aprendizagem dos alunos e busquem formas criativas de engajá-los no processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

Existem vários desafios que podem afetar o ensino e aprendizagem da Geometria. Um deles é o uso de abordagens pedagógicas tradicionais, que tendem a enfatizar a memorização de fórmulas e definições em detrimento da compreensão conceitual. Essa abordagem pode levar os alunos a perceberem a Geometria como uma disciplina abstrata e distante de sua realidade.

A falta de recursos didáticos também representa um obstáculo significativo. A escassez de materiais manipulativos, atividades práticas e tecnologias educacionais podem limitar as oportunidades dos alunos de explorarem os conceitos geométricos de forma concreta e contextualizada. Outro desafio importante é a desconexão percebida entre os conteúdos geométricos e a vida cotidiana dos alunos. Muitos estudantes têm dificuldade em entender a relevância da Geometria em suas vidas diárias, o que pode prejudicar sua motivação e envolvimento no processo de aprendizagem.

Apesar do ensino de Geometria enfrentar todos esses desafios, é possível superá-los por meio da adoção de abordagens dinâmicas e inovadoras. Essas estratégias pedagógicas

englobam atividades práticas, manipulativas e contextualizadas, que têm se mostrado eficazes na promoção da compreensão conceitual e no estímulo ao pensamento crítico e criativo.

Desenvolver atividades práticas no ensino de Geometria permite aos alunos explorarem os conceitos de forma concreta e tangível. Além disso, o uso de materiais manipulativos como blocos de montar, régua e compasso, possibilita aos alunos uma abordagem mais interativa e exploratória da Geometria. Esses recursos facilitam a visualização e a compreensão dos conceitos, tornando o aprendizado mais acessível e significativo.

Dessa forma, contextualizar os conteúdos geométricos em situações do cotidiano dos alunos torna o ensino mais relevante e envolvente. Contudo, o professor desempenha um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, pois, além de possuir domínio dos conteúdos específicos da disciplina, o educador deve ser capaz de selecionar e aplicar metodologias adequadas, proporcionar um ambiente de aprendizagem estimulante e promover a autonomia e o interesse dos alunos pelo estudo da Geometria.

É necessário que o professor tenha conhecimento sólido dos conceitos geométricos e suas aplicações, para orientar os alunos de forma eficaz e responder às suas dúvidas de maneira clara e precisa. É importante também que o professor esteja familiarizado com uma variedade de metodologias de ensino, para poder selecionar aquela que melhor se adapta às necessidades e características de seus alunos.

De acordo com Santos, França e Brum dos Santos (2007), é necessário que o docente conheça diferentes possibilidades de trabalhar os conteúdos em sala de aula, construindo sua prática de forma mais significativa e prazerosa para o educando.

Ao promover o interesse e a autonomia dos alunos no estudo da Geometria, o professor deve buscar estratégias que incluam atividades desafiadoras que estimulem a investigação e reconheçam as contribuições individuais dos estudantes. Além disso, é essencial criar um ambiente de aprendizagem estimulante e acolhedor, incentivando a participação ativa, a colaboração e o trabalho em equipe. Valorizar o esforço e a dedicação dos alunos é fundamental para garantir o sucesso do ensino de Geometria, proporcionando uma experiência educativa enriquecedora e gratificante.

Sendo assim, esses desafios exigem uma reavaliação das práticas de ensino e uma busca por estratégias que tornem a Geometria mais acessível, significativa e envolvente. Para superar os desafios no ensino e aprendizagem da Geometria, é importante adotar abordagens pedagógicas mais dinâmicas e contextualizadas. Estratégias como o uso de materiais

manipulativos, atividades práticas, tecnologias educacionais e situações-problema do cotidiano dos alunos podem tornar o ensino da Geometria mais significativo e envolvente.

2. Fundamentos teóricos sobre polígonos e seu ensino

A Geometria, uma das disciplinas basilares da Matemática, é um campo vasto e rico que nos permite compreender o mundo ao nosso redor através do estudo das formas, tamanhos, posições e propriedades do espaço. Seus conceitos fundamentais constituem a base para a análise e a solução de uma variedade de problemas geométricos, desde os mais simples até os mais complexos.

A seguir, serão apresentados alguns conceitos fundamentais da geometria. Serão abordados tópicos como a definição e as propriedades dos polígonos, a importância dos ângulos internos, e a criação de ladrilhamentos. Cada item será detalhado para proporcionar um entendimento mais profundo e claro, facilitando a aplicação prática desses conhecimentos.

2.1 Pontos, Retas e Planos

Pontos: São entidades fundamentais na Geometria, representadas por posições no espaço sem dimensão. Um ponto não tem comprimento, largura ou altura, sendo considerado apenas uma localização abstrata.

Retas: São conjuntos infinitos de pontos que se estendem indefinidamente em ambas as direções. Uma reta é caracterizada por sua direção e inclinação, podendo ser representada por uma simples linha ou através de equações matemáticas.

Planos: São superfícies bidimensionais que se estendem infinitamente em todas as direções. Um plano é definido por três pontos não colineares ou por uma reta e um ponto não contido nessa reta.

2.2 Segmentos de reta e ângulos: Medidas e relações geométricas

Segmentos de Reta: São porções finitas de retas, caracterizadas por possuírem um ponto inicial e um ponto final. A medida de um segmento de reta pode ser calculada através da distância entre seus extremos, utilizando-se a fórmula de distância entre dois pontos no plano cartesiano.

Ângulos: São formados pela união de duas semirretas que têm a mesma origem, chamada de vértice. Os ângulos são medidos, principalmente, em graus e radianos e podem

variando de 0° (ângulo nulo) a 360° (ângulo completo), apesar de que lá na frente os estudantes irão estudar ângulos congruos. Eles são fundamentais na Geometria, pois descrevem a direção e a inclinação de retas e planos, além de serem utilizados em diversas aplicações práticas.

O estudo dos polígonos é uma parte fundamental da Geometria, desempenhando um papel crucial no desenvolvimento do pensamento geométrico e na resolução de uma ampla gama de problemas práticos. Os polígonos são figuras geométricas planas formadas por segmentos de reta chamados de lados, que se encontram apenas em suas extremidades, formando ângulos. Essas figuras geométricas simples são a base para a compreensão de formas mais complexas e estão presentes em inúmeras situações do cotidiano.

Os polígonos apresentam uma variedade de formas e características, que são estudadas e classificadas de acordo com o número de lados e outras propriedades específicas. Alguns exemplos de polígonos comuns incluem triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos e octógonos. Cada tipo de polígono possui propriedades únicas, como medidas de ângulos, comprimentos de lados e simetrias, que são exploradas e analisadas no estudo da Geometria.

Além disso, os polígonos constituem a base para o entendimento de figuras espaciais mais complexas, como poliedros, sólidos de revolução e figuras irregulares. O estudo dos polígonos permite aos estudantes compreenderem as relações entre os lados, ângulos e vértices das figuras planas, facilitando a visualização e análise de formas tridimensionais e outras estruturas geométricas.

2.3 A utilização da geometria em diversas áreas

O estudo dos polígonos, além de sua importância teórica, é fundamental para a resolução de uma variedade de problemas práticos. Presentes em diversas situações do cotidiano, como na construção de prédios, elaboração de mapas, criação de peças de arte e fabricação de objetos industriais, os polígonos permitem aos profissionais de áreas como arquitetura, engenharia, design e cartografia desenvolverem soluções eficientes e criativas para os desafios que enfrentam.

Longe de ser apenas uma disciplina teórica, a geometria desempenha um papel fundamental em inúmeras áreas do cotidiano, sendo essencial para o desenvolvimento e progresso em diversos campos da ciência, tecnologia, arte e engenharia. Suas aplicações práticas permeiam nossas vidas de maneira profunda e muitas vezes imperceptível, influenciando desde a estruturação do ambiente urbano até a criação de obras de arte.

Na arquitetura e construção civil, a geometria é essencial, sendo utilizada para projetar e construir edifícios, pontes, estradas e outras estruturas. Os princípios geométricos são empregados na elaboração de plantas baixas, no cálculo de áreas e volumes, na disposição de elementos arquitetônicos e na análise de estruturas complexas, garantindo a estabilidade e segurança das construções, além de otimizar o uso do espaço disponível.

Além disso, na navegação marítima e aérea, a geometria desempenha um papel crucial na elaboração de mapas, cartas náuticas e sistemas de posicionamento global. Os princípios geométricos são utilizados para determinar a posição e direção de navios, aeronaves e outros veículos, calcular distâncias, altitudes e trajetórias, além de conceber sistemas de navegação por satélite, revolucionando a forma como nos deslocamos e exploramos o mundo.

No design gráfico, nas artes visuais e na criação de obras de arte, a geometria é utilizada para criar composições equilibradas, proporções harmoniosas e efeitos visuais interessantes. Empregados na criação de logotipos, embalagens, cartazes, filmes, animações e outras formas de mídia visual, os princípios geométricos são fundamentais para a compreensão e análise de obras de arte, permitindo aos espectadores apreciar e interpretar as formas, cores e padrões presentes nas obras.

Nas ciências naturais e aplicadas, a geometria é utilizada para descrever e analisar fenômenos naturais, como a forma de moléculas, a estrutura de cristais, o movimento de corpos celestes e a geometria do espaço-tempo. Além disso, é fundamental para o desenvolvimento de tecnologias avançadas, como a robótica, a realidade virtual, a impressão 3D e a computação gráfica, com aplicações em diversas áreas, como medicina, engenharia, entretenimento e comunicação.

2.4 Características dos polígonos

Os polígonos são figuras geométricas planas formadas por segmentos de retas e são fundamentais que apresentam uma variedade de características distintas, as quais são essenciais para sua identificação e classificação na Geometria. O estudo dessas características permite uma compreensão mais profunda das propriedades e relações entre os polígonos, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Os polígonos são classificados de acordo com o número de lados e ângulos:

- ✓ **Triângulos:** Compostos por três lados, os triângulos representam a forma mais simples de polígono. São amplamente estudados e classificados de acordo com a medida de

seus lados e ângulos internos, resultando em categorias como equiláteros, isósceles, escalenos, retângulos, obtusângulos e acutângulos.

- ✓ **Quadriláteros:** Formados por quatro lados, os quadriláteros também desempenham um papel fundamental na Geometria. Incluem figuras como quadrados, retângulos, trapézios e paralelogramos, cada um com suas características específicas de ângulos e lados.
- ✓ **Pentágonos, Hexágonos, dentre outros:** À medida que o número de lados aumenta, surgem novas classes de polígonos, cada uma com suas propriedades únicas. Essas figuras geométricas desempenham um papel importante em diversas áreas da Matemática e das ciências aplicadas.

Além do número de lados, os polígonos podem ser classificados como regulares ou irregulares:

Polígonos Regulares: Possuem todos os lados e ângulos congruentes, exibindo uma alta simetria. Exemplos incluem o quadrado, o triângulo equilátero e o hexágono regular.

Polígonos Irregulares: Não apresentam todos os lados e ângulos congruentes, exibindo uma simetria limitada ou inexistente. Exemplos incluem trapézios irregulares, pentágonos irregulares e qualquer outra figura que não se encaixe na definição de polígono regular.

2.5 Propriedades e medidas dos ângulos internos dos polígonos

Os ângulos internos de um polígono desempenham um papel fundamental na sua estrutura e nas suas propriedades geométricas. Compreender essas medidas é essencial para a análise e classificação dos polígonos, bem como para a resolução de problemas geométricos diversos. Neste contexto, exploraremos logo adiante as propriedades e medidas dos ângulos internos dos polígonos, destacando sua importância na Geometria.

A soma dos ângulos internos de um polígono depende do número de lados que possui. Para polígonos com “n” lados, a soma dos ângulos internos, aqui representada pela letra “S”, pode ser calculada pela fórmula:

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Essa fórmula é conhecida como a fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono e é derivada da divisão do polígono em triângulos. Além da soma dos ângulos internos, os polígonos podem ser classificados de acordo com a medida de seus ângulos internos, os quais podem ser classificados conforme descritos a seguir:

Ângulos Agudos: São ângulos cuja medida é menor que 90° e maior que 0° . Polígonos que possuem todos os ângulos internos agudos são chamados de polígonos agudos.

Ângulos Retos: São ângulos cuja medida é igual a 90° . Polígonos que possuem pelo menos um ângulo interno reto são chamados de polígonos retos.

Ângulos Obtusos: São ângulos cuja medida é maior que 90° e menor que 180° . Polígonos que possuem pelo menos um ângulo interno obtuso são chamados de polígonos obtusos.

Ângulos Rasos: São ângulos cuja medida é igual a 180° .

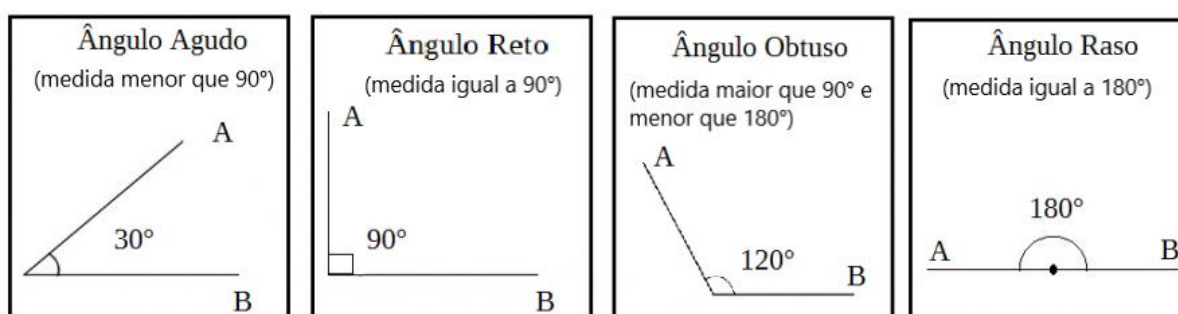


FIGURA 1: Classificação dos ângulos.

FONTE: Materiais para concurso, 2019

3. Técnica de ladrilhamento e sua relação com a geometria

O ladrilhamento ou pavimentação é uma técnica milenar que transcende as fronteiras da matemática, adentrando campos como arquitetura, arte e design. Essa prática consiste na organização de figuras geométricas planas de maneira a cobrir uma superfície de forma completa, sem deixar espaços vazios ou sobreposições. Essa técnica, além de ser aplicada em contextos práticos, como a pavimentação de pisos e revestimentos, possui uma relação intrínseca com a Geometria, proporcionando um terreno fértil para exploração e aprendizado.

Portanto, o ladrilhamento é uma aplicação prática e visualmente cativante dos conceitos geométricos fundamentais, onde polígonos, simetria, transformações e o encaixe preciso de arestas e vértices se combinam para criar padrões ricos e variados. Essa técnica não só é explorada em contextos artísticos e arquitetônicos, mas também serve como um campo fascinante de estudo da geometria.

Nesse contexto, os polígonos desempenham um papel crucial no ladrilhamento devido à sua capacidade de preencher o plano sem deixar lacunas. Polígonos regulares, como triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos, são especialmente úteis nesse contexto devido à uniformidade de seus lados e ângulos.

Segundo Shaum (1972), a arte do ladrilhamento é uma prática antiga que envolve o preenchimento de um plano com figuras contendo formas geométricas sem sobreposições, utilizando moldes. Essa técnica não apenas permite a criação de padrões visuais interessantes, mas também pode ajudar os alunos a perceberem que uma figura geométrica pode ser formada ou decomposta por outras formas.

Santos (2011) observa que essa abordagem não é muito explorada, o que poderia incentivar os alunos a observar as figuras geométricas com mais atenção, reconhecendo suas características, elementos e propriedades, o que é fundamental para resolver problemas matemáticos de forma mais eficaz.

Sendo assim, o ladrilhamento pode ser utilizado como um recurso educacional manipulável e de fácil utilização, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda desses conceitos geométricos. Além disso, essa técnica pode motivar os alunos a explorar mais a fundo os estudos em Geometria, estimulando o interesse e a participação ativa na aprendizagem.

3.1 Aplicações práticas do ladrilhamento

As aplicações práticas do ladrilhamento são vastas e abrangem uma variedade de campos, desde a arquitetura e engenharia civil até o design de interiores, arte e computação gráfica. A técnica de ladrilhamento, ou tesselação, envolve a disposição de figuras geométricas de forma a cobrir completamente uma superfície, sem sobreposições ou lacunas. Este conceito, profundamente enraizado na Geometria, tem utilidade prática e estética, conferindo beleza e funcionalidade aos ambientes.

3.1.1 Arquitetura e engenharia civil

No contexto arquitetônico, o ladrilhamento é amplamente utilizado na criação de padrões de revestimento de pisos, paredes e fachadas. Em pisos, a disposição dos ladrilhos não apenas embeleza o ambiente, mas também pode ter funções práticas, como a criação de superfícies antiderrapantes ou a demarcação de áreas específicas. As fachadas de edifícios também se beneficiam do ladrilhamento, que pode proporcionar isolamento térmico e acústico, além de agregar valor estético.

Os engenheiros civis utilizam o conceito de tesselação para otimizar o uso de materiais e garantir a durabilidade das construções. Padrões de ladrilhamento bem planejados podem distribuir cargas de maneira eficiente, aumentando a resistência das estruturas. Um exemplo

clássico é o uso de ladrilhamentos hexagonais em pavimentações de estradas e calçadas, que proporcionam alta resistência mecânica e eficiência na cobertura do solo.

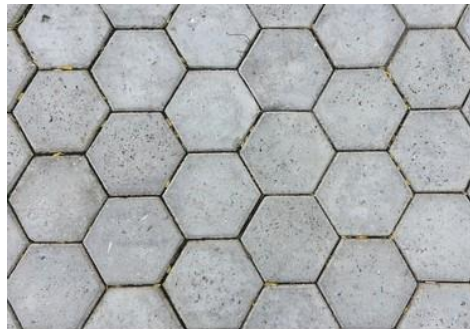


FIGURA 2: Ladrilhamento hexagonal em pavimentação de calçada.

FONTE: Shutterstock, 2022

3.1.2 Design de interiores

No design de interiores, a técnica de ladrilhamento é essencial para a criação de ambientes visualmente agradáveis e funcionais. Padrões de ladrilhamento são frequentemente aplicados em azulejos de cozinhas e banheiros, criando texturas e cores que complementam o design geral do espaço. A escolha dos padrões e das cores pode transformar um ambiente simples em um espaço sofisticado e acolhedor.



FIGURA 3: Ladrilhamento aplicado em azulejo de cozinha.

FONTE: Pinterest, 2017

3.1.3 Arte e computação gráfica

A arte também se apropria da tesselação para criar obras visuais impactantes. Um dos artistas mais famosos por explorar o ladrilhamento em suas obras é o holandês M.C. Escher, cujos desenhos apresentam padrões geométricos complexos e ilusões de ótica. As obras de

Escher exemplificam como a tesselação pode ser utilizada para desafiar a percepção visual e criar obras de arte únicas e intrigantes.

Na computação gráfica, a tesselação é utilizada para criar imagens e animações detalhadas e realistas. Algoritmos de tesselação são empregados para dividir superfícies complexas em polígonos menores, facilitando o processamento e a renderização de gráficos tridimensionais. Esta técnica é crucial em áreas como a modelagem 3D, jogos de computador e simulações visuais.

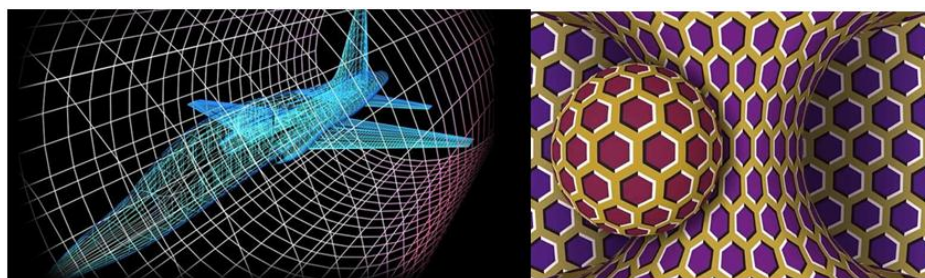


FIGURA 4: Computação gráfica e ilusão de ótica.

FONTE: CPET, 2021 e Eu sem fronteiras, 2019

3.1.4 Educação

No ambiente educacional, atividades práticas de ladrilhamento podem envolver a criação de padrões geométricos utilizando blocos de montar, papel quadriculado ou softwares de design. Estas atividades não apenas ajudam os alunos a entenderem os conceitos geométricos subjacentes à tesselação, mas também estimulam habilidades como pensamento crítico, criatividade e resolução de problemas.

Além disso, ao utilizar blocos de montar, os estudantes podem experimentar com diferentes formas e padrões, observando diretamente como as figuras geométricas se encaixam para cobrir uma superfície. Softwares de design permitem que os alunos explorem tesselações de maneira interativa, ajustando parâmetros e visualizando instantaneamente os resultados.

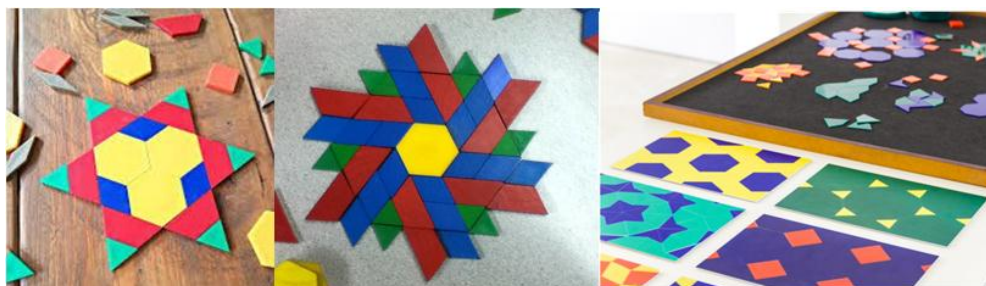


FIGURA 5: Ladrilhamento com blocos de montar.

FONTE: Matemateca, 2020

3.2 Benefícios do ladrilhamento no desenvolvimento do pensamento geométrico

O ladrilhamento oferece uma série de benefícios significativos no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Esta técnica não apenas ajuda na compreensão dos conceitos geométricos, mas também promove habilidades essenciais como pensamento crítico, criatividade e resolução de problemas. A seguir, exploraremos como o ladrilhamento pode ser uma ferramenta poderosa no contexto educacional, utilizando referências de matemáticos renomados no Brasil.

A prática do ladrilhamento incentiva os alunos a explorarem diferentes maneiras de preencher uma superfície com padrões geométricos, o que exige pensamento crítico e criativo. Segundo Ubiratan D'Ambrosio (1999), um dos principais nomes da educação matemática no Brasil, atividades que envolvem a criação de padrões geométricos ajudam os alunos a desenvolver uma visão crítica sobre a organização espacial e a simetria. Este tipo de exercício promove a capacidade dos estudantes de analisar e sintetizar informações geométricas de maneira lógica e sistemática.

O processo de ladrilhamento envolve a resolução de problemas complexos, tais como a escolha das figuras adequadas e a determinação da melhor forma de organizá-las para cobrir uma superfície sem sobreposições. IEZZI (1995), em seus escritos sobre fundamentos de matemática, destaca a importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Ao enfrentar desafios de tesselação, os alunos aprendem a identificar padrões, formular conjecturas e testar suas hipóteses, habilidades que são fundamentais para o estudo da matemática.

Uma das grandes vantagens do ladrilhamento é sua aplicabilidade interdisciplinar. Ao relacionar a geometria com outras áreas do conhecimento, como a arte, a arquitetura e a ciência, os alunos podem ver a relevância prática dos conceitos geométricos. Ao estudar os mosaicos de Escher ou os padrões geométricos na arquitetura islâmica, por exemplo, os alunos percebem como a geometria é utilizada para criar obras de arte e estruturas arquitetônicas. Esta abordagem interdisciplinar enriquece a experiência de aprendizagem, tornando a matemática mais acessível e interessante.

O ladrilhamento ajuda a desenvolver habilidades espaciais, essenciais para a compreensão e manipulação de figuras geométricas. LIMA (1999), em sua obra "Geometria Moderna", enfatiza a importância das habilidades espaciais na educação matemática. Ao trabalhar com tesselações, os alunos aprimoram sua capacidade de visualizar figuras em duas

e três dimensões, compreender transformações geométricas (como translações, rotações e reflexões) e reconhecer simetrias.

Atividades práticas de ladrilhamento são frequentemente mais engajantes e motivadoras para os alunos do que métodos tradicionais de ensino. A manipulação de peças físicas ou o uso de softwares de tesselação permite uma interação mais dinâmica com os conceitos geométricos, o que pode aumentar o interesse dos alunos pela matemática.

Como apontado por Iezzi (2002), a motivação é um fator crucial para o sucesso na aprendizagem matemática, e atividades lúdicas e interativas podem ser altamente eficazes nesse sentido.

Portanto, ao integrar o ladrilhamento de forma significativa no currículo escolar, estamos não apenas ensinando aos alunos sobre formas e figuras, mas também capacitando-os a desenvolver uma série de habilidades essenciais para o seu crescimento acadêmico e pessoal. Este enfoque não só fortalece suas competências matemáticas, mas também os prepara para enfrentar os desafios complexos e interdisciplinares do século XXI.

4. Percurso metodológico, análise e discussão dos resultados

A aplicação do experimento dos ladrilhos para estudo dos polígonos foi realizada durante cinco semanas consecutivas. A sequência a seguir descreve como ocorreu cada momento.

4.1 Semana 01: Introdução aos conceitos de geometria (05 horas-aula)

Na primeira semana de atividades, o objetivo central foi introduzir os conceitos fundamentais da geometria, como ponto, reta, plano, ângulos, figuras planas e polígonos. Para alcançar esse objetivo, foram utilizadas metodologias diversificadas como vídeos educativos, textos e pesquisas relacionadas ao tema.

As atividades com a turma do 8º ano do ensino fundamental II da Escola Municipal Professora Olga Mettig tiveram início com a exibição de vídeos educativos que apresentavam os conceitos básicos de geometria de forma visual e dinâmica. Essas exposições ajudaram a despertar o interesse dos alunos e a facilitar a compreensão inicial dos tópicos abordados. Após a visualização dos vídeos, houve sessões de leitura e discussão de textos didáticos que aprofundaram o conhecimento teórico adquirido.



FIGURA 6: Alunos assistindo vídeo sobre geometria.

FONTE: De autoria própria

Durante o processo, os alunos foram incentivados a compartilhar os conhecimentos adquiridos por meio de rodas de discussões e apresentações das pesquisas realizadas.

Em seguida, os alunos foram incentivados a realizar pesquisas individuais e em grupo sobre as aplicações da geometria no cotidiano. Esse exercício permitiu que os alunos percebessem a relevância dos conceitos geométricos fora da sala de aula, tornando o aprendizado mais significativo e contextualizado.

Para consolidar os conhecimentos, foram organizadas rodas de discussão onde os alunos puderam compartilhar suas descobertas e reflexões. Esse momento de troca de informações foi essencial para reforçar o aprendizado colaborativo e incentivar a participação ativa dos estudantes.

Finalmente, os alunos apresentaram suas pesquisas para a turma, o que não só reforçou o conteúdo aprendido, mas também desenvolveu habilidades de comunicação e apresentação. As ferramentas e recursos utilizados durante esta semana incluíram vídeos educativos, textos didáticos, materiais de apoio e apresentações multimídia que enriqueceram as aulas expositivas e teóricas.

4.2 Semana 02: Prática com transferidor e medição de ângulos (05 horas-aula)

Na segunda semana, o foco foi ensinar os alunos a medir e desenhar ângulos com precisão utilizando o transferidor. A metodologia aplicada consistiu em uma demonstração prática do uso do transferidor, seguida de exercícios individuais. As atividades começaram com uma demonstração detalhada de como usar o transferidor para medir e desenhar ângulos. Após essa demonstração, cada aluno recebeu orientação personalizada para praticar o uso do transferidor de forma eficaz. Esse suporte individualizado foi fundamental para ajudar os

alunos a superar as dificuldades comuns ao manusear o instrumento. Com isso, foi possível ver os estudantes utilizando o transferidor de maneira eficaz, como ilustrado na Figura 7.

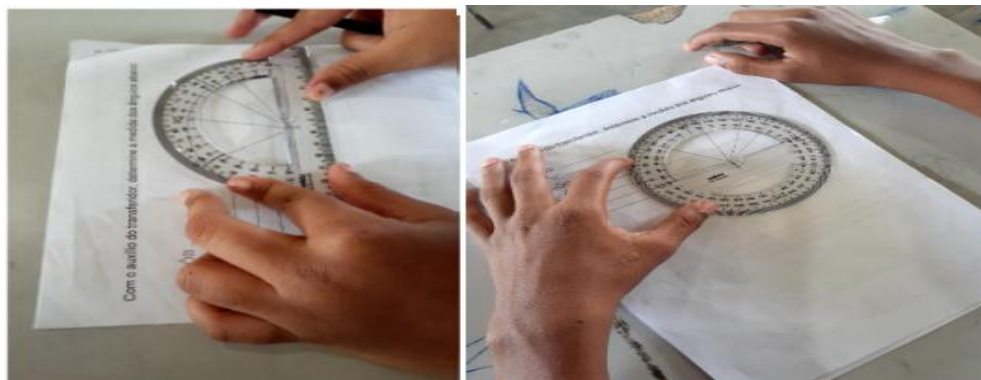


FIGURA 7: Alunos utilizando transferidor de 180° e 360° para medir ângulos.

FONTE: De autoria própria

Além disso, os alunos realizaram exercícios variados de medição e construção de ângulos, o que lhes permitiu aplicar o conhecimento teórico na prática. Ao final dos exercícios, houve uma discussão coletiva sobre os desafios enfrentados e as soluções encontradas, promovendo um ambiente de aprendizado colaborativo.

As ferramentas e recursos utilizados incluíram transferidores de 180° e 360°, folhas de exercícios e papel para desenho, além de orientação individualizada.

4.3 Semana 03: Estudo prático dos polígonos e ângulos internos (05 horas-aula)

Na terceira semana, os alunos participaram de uma atividade prática com o objetivo de demonstrar empiricamente que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Essa atividade envolveu recorte e montagem de triângulos.



FIGURA 8: Demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo

FONTE: De autoria própria

Conforme a figura 8, os alunos recortaram triângulos de papel, pintaram seus vértices e, em seguida, separaram esses vértices para uni-los novamente conforme figura 03, formando um ângulo de 180° . Essa atividade prática foi acompanhada de uma discussão sobre as observações feitas, permitindo que os alunos consolidassem o conceito de ângulos internos de maneira concreta.

Os materiais utilizados incluíram papel colorido, tesouras e materiais de pintura, além de um espaço adequado para a montagem e demonstração dos triângulos.

4.4 Semana 04: Experimentos de ladrilhamento (05 horas-aula)

A quarta semana foi dedicada à construção de ladrilhamentos utilizando polígonos regulares. O objetivo foi experimentar a construção de ladrilhamentos por meio de tentativa e erro com moldes de polígonos.

Os alunos receberam moldes de diferentes polígonos regulares, conforme figura 9, e foram incentivados a criar ladrilhamentos eficazes sem sobreposições. Durante o processo, foram feitas intervenções e questionamentos sobre a adequação dos polígonos utilizados, levando os alunos a refletir sobre os conceitos de ângulos internos e suas aplicações nos ladrilhamentos.



FIGURA 9: Moldes dos polígonos

FONTE: De autoria própria

Ao iniciar as montagens, os alunos optaram por usar quadrados e triângulos, percebendo que era mais fácil fazer o ladrilhamento com esses dois tipos de polígonos. Gradualmente, começaram a tentar usar outros polígonos, o que os surpreendeu, desafiando-os a conseguir fazer o ladrilhamento com polígonos que ainda não haviam sido explorados.



FIGURA 10: Ladrilhamentos diversos

FONTE: De autoria própria

As ferramentas e recursos utilizados incluíram moldes de polígonos regulares, superfícies para montagem dos ladrilhamentos e um espaço para discussões e apresentações das conclusões.

4.5 Semana 05: Análise e apresentação dos resultados (05 horas-aula)

Na quinta e última semana, o foco foi a análise e apresentação das observações feitas durante as atividades de ladrilhamento. O objetivo foi registrar as características dos ladrilhamentos e compartilhar as conclusões obtidas.

Os alunos preencheram um quadro registrando as características dos polígonos utilizados e a soma dos ângulos formados. Em seguida, cada grupo apresentou suas anotações, conclusões e percepções sobre a arte de ladrilhar.

Houve discussões sobre as diferentes estratégias utilizadas e os desafios enfrentados, bem como reflexões sobre a aplicação dos conceitos geométricos no processo de ladrilhamento. Essa atividade foi realizada em grupos de 04 alunos cada e apresentaram suas anotações, conclusões e percepções sobre a arte de ladrilhar utilizando o quadro 01 a seguir.

Quadro 01: Exemplo do quadro utilizado pelos estudantes para análise a apresentação dos resultados

Ladrilhamento 01	
Polígonos utilizados	Ângulo interno do polígono
Soma dos ângulos formados em cada vértice dos polígonos usados no ladrilhamento	
Observações:	

FONTE: De autoria própria

As ferramentas e recursos incluíram tabelas para registro das observações, material de apresentação (cartolinas, marcadores, etc.) e um espaço para apresentações e discussões em grupo.

5. Resultados e Reflexões

Ao longo do percurso metodológico, os alunos demonstraram um elevado nível de engajamento e participação. A abordagem prática e lúdica despertou o interesse e a motivação dos alunos, promovendo uma maior interação e compreensão dos conceitos geométricos. Isso foi percebido durante todo o processo do experimento do ladrilhamento para exploração dos polígonos.

A manipulação de materiais concretos facilitou a integração entre teoria e prática, permitindo que os alunos desenvolvessem habilidades práticas, como o uso do transferidor e a construção de ladrilhamentos. Além disso, as atividades em grupo incentivaram a colaboração e o compartilhamento de ideias, enriquecendo o processo de aprendizagem.

Os objetivos foram plenamente atingidos, evidenciando que uma abordagem dinâmica e envolvente é essencial para a construção e compreensão de conhecimentos geométricos. Este método promoveu o raciocínio lógico e o pensamento geométrico, tornando o aprendizado mais dinâmico e gratificante para todos os envolvidos.

Durante as apresentações feitas pelos estudantes nas aulas da primeira semana sobre os conceitos de ponto, reta, plano, ângulos, figuras planas, polígonos, entre outros, foi possível perceber o interesse dos alunos. Isso se deve ao fato de que a geometria está intimamente ligada ao nosso cotidiano, e os recursos utilizados durante a exposição ajudaram a destacar essa presença da geometria em situações diárias.

O uso de materiais concretos é uma estratégia pedagógica que proporciona aos alunos a oportunidade de manipular e compreender os conceitos relacionados aos polígonos, integrando a atividade prática com a teoria. Conforme destacado por Amâncio (2013), os alunos devem participar de experiências enriquecedoras que envolvam a manipulação de diferentes objetos e desenhos, permitindo-lhes formar imagens mentais detalhadas e diversificadas. O engajamento dos alunos durante a aplicação de cada uma das atividades práticas comprova o que diz Amâncio (2013).

Conforme descrito no subtópico 4.4, para conduzir os experimentos de ladrilhamento, os alunos receberam os moldes dos polígonos regulares e foram incentivados a tentar ladrilhar por meio de tentativa e erro. Eles experimentavam pegando os polígonos e tentando encaixá-

los sem sobreposições, buscando criar um ladrilhamento eficaz. Nessa atividade os estudantes ficaram concentrados e atenciosos em buscar construir ladrilhos.

À medida que os estudantes experimentaram, sentiam-se motivados a ter sucesso. Gradualmente, conseguiram realizar o ladrilhamento. Nesse ponto, foram feitas intervenções por meio de questionamentos sobre por que alguns polígonos se encaixavam e outros não. Foi perceptível que os conceitos de ângulos internos foram empregados por alguns alunos ao tentar explicar suas produções, conforme ilustrado na figura 11.

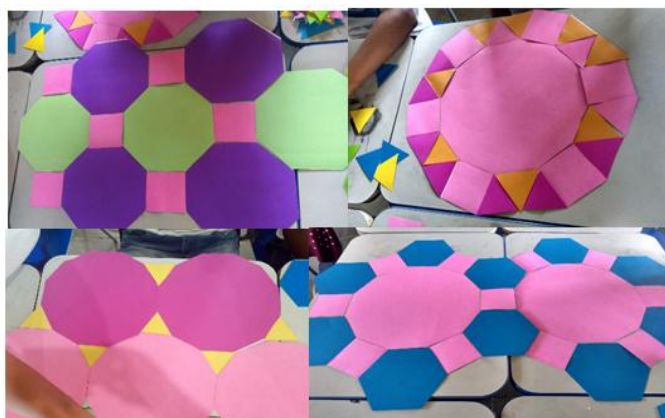


FIGURA 11: Ladrilhamentos diversos

FONTE: De autoria própria

Durante as apresentações, tornou-se evidente a percepção individual de cada aluno durante a execução do trabalho, bem como o entusiasmo gerado pela dinâmica da atividade. Esta dinâmica promoveu um rico compartilhamento de ideias e conclusões, em que cada participante contribuiu com informações relevantes para o processo de ladrilhamento do plano.

Além disso, as atividades desenvolvidas proporcionaram aos alunos um contato com conceitos da geometria de maneira lúdica e divertida. Embora alguns alunos tenham demonstrado impaciência ao aguardar por acompanhamento individualizado, à medida que interagem e compartilham suas conclusões, eles se envolviam cada vez mais e aguardavam pacientemente sua vez. Essa interação entre os alunos não apenas estimulou a colaboração e o trabalho em equipe, mas também ajudou a solidificar o entendimento dos conceitos abordados, tornando o processo de aprendizado mais dinâmico e gratificante para todos os envolvidos.

Nesse cenário, os objetivos foram plenamente atingidos, evidenciando que uma abordagem dinâmica e envolvente da geometria é essencial. Tal metodologia proporciona uma experiência significativa na construção e compreensão desses conhecimentos específicos,

além de superar dificuldades comuns, estimulando o raciocínio lógico e o pensamento geométrico dos alunos.

Considerações finais

O desenvolvimento deste trabalho, com uma proposta contextualizada do ensino da Geometria para alunos do 8º ano do ensino fundamental II, mostrou-se uma iniciativa enriquecedora e de grande valor pedagógico, pois aplicação de atividades práticas e interativas permitiu que os alunos não apenas compreendessem os conceitos teóricos, mas também vissem a relevância da Geometria em situações do cotidiano.

A estratégia de permitir que os estudantes manipulassem modelos de polígonos para observar suas principais características, especialmente os ângulos internos, e explorassem a criação de ladrilhamentos proporcionou uma experiência prática que se revelou extremamente eficaz para o ensino da geometria.

A pesquisa, organizada em duas etapas, possibilitou uma abordagem abrangente e multifacetada do ensino da geometria. Na primeira fase, focamos no ensino teórico da geometria, sua aplicação no cotidiano, a importância do ensino contemporâneo, o papel do professor e os benefícios do aprendizado da geometria. Esta abordagem inicial foi fundamental para estabelecer uma base sólida de conhecimentos, preparando os alunos para as atividades práticas subsequentes. A utilização de recursos como vídeos, textos e pesquisas permitiu que os alunos visualizassem a presença da geometria em seu dia a dia, aumentando seu interesse e motivação.

A segunda fase, composta por um estudo detalhado sobre polígonos e seus componentes, com ênfase nos ângulos internos, uma revisão teórica sobre ladrilhamento e conceitos geométricos fundamentais, culminou em uma aula prática que complementou as discussões teóricas. A prática de medir ângulos com transferidores e a atividade de recortar e reorganizar os vértices de triângulos para demonstrar a soma dos ângulos internos, forneceu uma compreensão empírica dos conceitos teóricos estudados. Estas atividades não apenas solidificaram os conceitos geométricos, mas também desenvolvem habilidades essenciais como pensamento crítico, resolução de problemas e visualização espacial.

A atividade de ladrilhamento destacou-se como uma ferramenta poderosa no contexto educacional. Renomados educadores matemáticos, como Ubiratan D'Ambrosio e Gelson

Iezzi, apontam que a criação de padrões geométricos não apenas facilita a compreensão dos conceitos geométricos, mas também promove habilidades cruciais como pensamento crítico, criatividade e resolução de problemas. A integração de moldes de polígonos regulares e a tentativa de ladrilhar por meio de tentativa e erro incentivaram os alunos a experimentar e explorar, transformando o aprendizado em um processo dinâmico e interativo.

Os alunos permaneceram motivados e engajados ao longo de toda a proposta do trabalho. A interação entre teoria e prática, a utilização de materiais concretos e a oportunidade de trabalhar em grupo e compartilhar descobertas foram fatores determinantes para o sucesso do projeto. A atividade prática de ladrilhamento proporcionou aos alunos uma oportunidade de aplicar conceitos geométricos em um contexto real e tangível, tornando o aprendizado mais significativo e duradouro.

A metodologia adotada neste trabalho evidenciou-se altamente eficaz na construção e compreensão dos conhecimentos geométricos. O ladrilhamento, ou tesselação, oferece uma visão fascinante sobre a conservação de área das figuras geométricas, facilitando a visualização de transformações no plano. Essa técnica enriquece o desenvolvimento de estratégias pedagógicas para o ensino da matemática, tornando o aprendizado mais dinâmico e envolvente. Ao proporcionar uma experiência de aprendizado rica e diversificada, conseguimos não apenas alcançar os objetivos propostos, mas também despertar nos alunos um interesse genuíno pela geometria.

Sendo assim, este trabalho reforça a importância de uma abordagem dinâmica e envolvente no ensino da matemática, capaz de superar as dificuldades comuns e estimular o raciocínio lógico e o pensamento geométrico dos alunos. A continuidade de iniciativas como esta é essencial para promover um ensino de geometria que seja ao mesmo tempo rigoroso e atraente, preparando os alunos para enfrentar os desafios complexos do mundo contemporâneo com competência e criatividade.

Referências

ALMEIDA, D. C. C.; COSTACURTA, M. S. **Atividades lúdicas para o ensino e aprendizagem da geometria nos anos finais do ensino fundamental**. Universidade Comunitária da Região de Chapecó curso de licenciatura de graduação plena em matemática. 2010.

AMÂNCIO, R. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: ressignificando conceitos de polígonos, especialmente, dos quadriláteros.** Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. PUC MINAS. 2013.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Volume 03. MEC. Brasília/DF, 1998.

CPET. Disponível em: <https://irp.cdn-website.com/e9d501ba/dms3rep/multi/341+Conheca-a-Historia-da-Computacao-Grafica.jpg>. Acesso em 28/06/2024.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 1999.

DIAS, C. C.; SAMPAIO, J. C. V. **Desafio Geométrico: módulo I.** Cuiabá, MT: Central de Texto, 2010. Curso de especialização para professores do ensino de matemática.

EU SEM FRONTEIRAS. Disponível em: <https://www.eusemfronteiras.com.br/wp-content/uploads/2019/04/ilusacc83o.png>. Acesso em 28/06/2024.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar.** São Paulo: Atual, 2002.

IEZZI, G.; D'AMBRÓSIO, U.; DOLCE, O.; et al. **Fundamentos de Matemática Elementar.** 10. ed. São Paulo: Atual, 1995.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** Educação matemática em Revista. SBEM, ano III, 1995.

MATEMATECA. **Imagem.** Disponível em:

<https://matemateca.ime.usp.br/imagens/ladrilhamentos/ladrilhos2.jpg>. Acesso em 28 junho de 2024.

MATERIAS PARA CONCURSOS. **Ângulos.** Disponível em: <https://materiasparaconcursos.com.br/2019/10/02/angulos/>. Acesso em 28 junho de 2024.

PINTEREST. **Imagem.** Disponível em: <https://i.pinimg.com/originals/cc/2c/28/cc2c287e99c45581d8618a2fd00ce6a9.jpg>. Acesso em 28 junho de 2024.

SANTOS, J.A. **Problemas de ensino e aprendizagem em perímetro e área: um estudo de caso com professores de matemática e alunos de 7º ano do ensino fundamental.** São Paulo, 2011.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; BRUM dos SANTOS, L. S. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática.** São Paulo, 2007.

SHAUM, C. **Geometria Plana.** Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda, 1972

SHUTTERSTOCK. **Imagem.** Disponível em: <https://www.shutterstock.com/image-photo/grey-hexagon-concrete-paving-block-2172268431>. Acesso em 28/06/2024